

Model Integrasi Keputusan Lokasi, Perutean Kendaraan, dan Pengendalian Persediaan pada Sistem Rantai Pasok Tiga Eselon

Nova Indah Saragih^{1*}, Senator Nur Bahagia², Suprayogi², Ibnu Syabri³

Abstract: This research develops an integration model that simultaneously optimizes location, routing, and inventory decisions in a three-echelon supply chain system that has never been developed before. Location, routing, and inventory decisions are related to one another. For example, delivery in small quantity and often frequency decreases inventory cost but increases transportation cost. Furthermore, routing and inventory decisions affect location decision for it is determined based on minimum system cost criteria. Failure to involve inventory cost and transportation cost into consideration when determine location decision can cause sub-optimality. Therefore, how to determine location, routing, and inventory decisions optimally become important issues in design a logistics system. Entities involved in this research are a supplier, multi depots, and multi retailers. Demand of retailers is probabilistic and follows a normal distribution. Number of product considered is single product. The developed integration model is then solved with optimal method and heuristic method. After being compared with decomposition model, it is concluded that the integration model results smaller total cost of system.

Keywords: Integration, inventory control, location decision, multi echelon, vehicle routing.

Pendahuluan

Keputusan lokasi, pengendalian persediaan, dan perutean kendaraan merupakan keputusan yang saling terkait satu dengan yang lain (Liu dan Lin [1]). Keputusan pengendalian persediaan, seperti ukuran lot pemesanan dan frekuensi pemesanan akan mempengaruhi baik itu ongkos persediaan dan ongkos transportasi. Sebagai contoh, pengiriman dalam kuantitas yang sedikit dan frekuensi yang sering menyebabkan pengurangan ongkos persediaan tetapi membutuhkan tambahan ongkos transportasi (Liu dan Lee [2]). Selanjutnya, keputusan perutean dan keputusan pengendalian persediaan akan mempengaruhi keputusan pemilihan lokasi sebab pemilihan lokasi ditentukan berdasarkan kriteria ongkos sistem minimum (Liu dan Lin [1]). Kegagalan dalam melibatkan ongkos persediaan dan ongkos transportasi ke dalam pertimbangan ketika memilih lokasi dapat menyebabkan sub-optimalitas sebab keputusan pemilihan lokasi memiliki dampak yang besar pada ongkos persediaan dan ongkos transportasi (Shen dan Qi [3]).

Oleh karena itu, bagaimana memilih lokasi, menentukan rute kendaraan, dan mengendalikan persediaan yang optimal menjadi isu yang penting dalam merancang sebuah sistem logistik.

Terdapat beberapa penelitian yang telah mengembangkan model integrasi keputusan lokasi, perutean kendaraan, dan kebijakan persediaan. Di antaranya adalah Liu dan Lee [2]) yang mengembangkan model integrasi keputusan lokasi, perutean kendaraan, dan kebijakan persediaan yang terdiri dari multi depot dan multi pelanggan. Dalam model yang dikembangkan oleh Liu dan Lee [2], permintaan Pelanggan bersifat probablistik. Selanjutnya terdapat pula model yang dikembangkan oleh Ambrosino dan Scutella [4] yang mengembangkan model integrasi keputusan lokasi, perutean kendaraan, dan kebijakan persediaan yang terdiri dari sebuah pabrik, multi depot pusat, multi depot transit, dan multi pelanggan/pelanggan besar. Pada dasarnya, model yang dikembangkan oleh Ambrosino dan Scutella [4] tidak mempertimbangkan persediaan, tetapi hanya mempertimbangkan aliran barang dari satu entitas ke entitas lain. Terdapat pula penelitian oleh Liu dan Lin [1] yang merupakan lanjutan dari penelitian Liu dan Lee [2]. Liu dan Lin [1] memperbaiki model Liu dan Lee [2] dalam hal pencarian solusi. Jika solusi Liu dan Lee [2] terbatas hanya pada solusi lokal optimal dengan menggunakan metode heuristik, maka Liu dan Lin [1] mampu memberikan solusi global optimal dengan menggunakan pendekatan heuristik hibrida.

Selain itu, terdapat model yang dikembangkan oleh Shen dan Qi [3] yang mengembangkan model

¹ Fakultas Teknik, Program Studi Teknik Industri, Universitas Widyatama, Jl Cikutra 204A, Bandung 40125.
Email: nova.indah@widyatama.ac.id

² Fakultas Teknologi Industri, Jurusan Teknik Industri, Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10, Bandung 40132.
Email: senator@mail.ti.itb.ac.id, yogi@mail.ti.itb.ac.id

³ Sekolah Arsitektur, Perencanaan dan Pengembangan Kebijakan, Program Studi Perencanaan Wilayah dan Kota, Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha No. 10, Bandung 40132,
Email: syabri@pl.itb.ac.id

* Penulis korespondensi

integrasi keputusan lokasi, perutean kendaraan, dan kebijakan persediaan yang terdiri dari sebuah pemasok, multi pusat distribusi, dan multi pelanggan. Shen dan Qi [3] mempertimbangkan persediaan yang bersifat probabilistik. Selanjutnya terdapat pula model yang dikembangkan oleh Javid dan Azad [5] yang merupakan model lanjutan dari Shen dan Qi [3]. Model yang dikembangkan oleh Shen dan Qi [3] hanya mengoptimisasikan keputusan lokasi dan persediaan, dan tidak mempertimbangkan keputusan perutean. Javid dan Azad [5] selanjutnya memperbaiki kelemahan model Shen dan Qi [3] dengan mengoptimisasikan secara simultan keputusan lokasi, perutean kendaraan, dan kebijakan persediaan.

Terdapat pula model yang dikembangkan oleh Sajjadi *et al.* [6] yang mengembangkan model integrasi keputusan lokasi, perutean kendaraan, dan kebijakan persediaan yang terdiri dari sebuah pemasok, multi depot, dan multi pelanggan. Produk yang dikaji oleh Sajjadi *et al.* [6] terdiri dari multi produk dan permintaannya bersifat deterministik. Selain itu, terdapat pula model yang dikembangkan oleh Guerrero *et al.* [7] yang mengembangkan model integrasi keputusan lokasi, perutean kendaraan, dan kebijakan persediaan yang terdiri dari sebuah pabrik, multi depot, dan multi ritel. Sama halnya dengan Ambrosino dan Scutella [4], pada dasarnya Guerrero *et al.* [7] juga tidak mempertimbangkan aliran barang dari satu entitas ke entitas lain. Pembahasan secara lengkap mengenai penelitian-penelitian yang telah mengembangkan model integrasi keputusan lokasi, perutean kendaraan, dan kebijakan persediaan dapat dilihat pada Saragih *et al.* [8].

Berdasarkan penelitian-penelitian yang telah diuraikan sebelumnya dapat diketahui bahwa belum ada penelitian yang telah mengembangkan model integrasi yang secara simultan mengoptimisasikan keputusan lokasi, rute kendaraan, dan pengendalian persediaan pada sistem rantai pasok tiga eselon. Penelitian ini selanjutnya akan mengembangkan model integrasi tersebut. Entitas yang terlibat dalam sistem terdiri dari tiga entitas yaitu satu pemasok, multi depot, dan multi ritel. Karakteristik permintaan yang dipertimbangkan dalam penelitian ini bersifat probabilistik, berdistribusi normal, dan jumlah produk terdiri dari satu produk. Model integrasi yang dikembangkan selanjutnya dipecahkan dengan metode optimal dan metode heuristik.

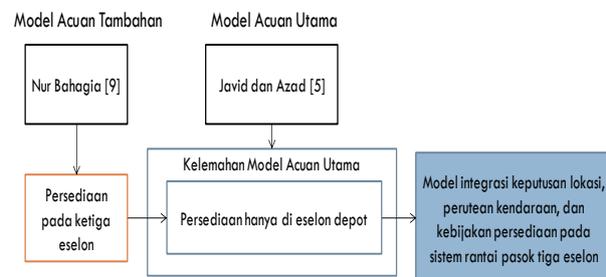
Metode Penelitian

Model acuan utama yang digunakan dalam penelitian ini adalah model Javid dan Azad [5], sedangkan model acuan tambahannya adalah model Nur

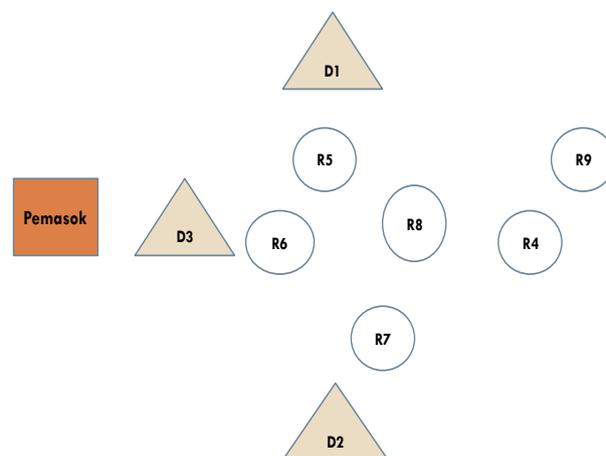
Bahagia [9]. Javid dan Azad [5] mengembangkan model integrasi yang secara simultan mengoptimisasikan keputusan lokasi, rute kendaraan, dan pengendalian persediaan yang terdiri dari multi depot dan multi ritel. Kelemahan dari model Javid dan Azad [5] tersebut adalah hanya mempertimbangkan keputusan persediaan pada eselon depot. Kelemahan ini selanjutnya diperbaiki oleh model acuan tambahan yaitu Nur Bahagia [9] yang mempertimbangkan keputusan persediaan pada tiga eselon yang dikaji dalam penelitian ini yaitu pemasok, multi depot, dan multi ritel. Pendekatan penelitian yang digunakan dalam penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 1.

Adapun ilustrasi sistem rantai pasok tiga eselon yang menjadi sistem kajian pada penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 2.

Sistem kajian terdiri dari satu pemasok (persegi empat), multi depot (segi tiga), dan multi ritel (lingkaran). Permasalahan yang akan dijawab adalah terkait keputusan lokasi depot yang akan dibuka, alokasi ritel pada setiap depot yang dibuka, rute kendaraan dari depot ke semua ritel yang dialokasikan, serta pengendalian persediaan pada ketiga eselon menggunakan kebijakan waktu siklus tunggal, perencanaan terkoordinasi, dan konsep *echelon stock*.



Gambar 1. Pendekatan penelitian



Gambar 2. Ilustrasi sistem kajian

Pengembangan Model

Notasi Matematis

Notasi matematis dari model integrasi keputusan lokasi, perutean kendaraan, dan pengendalian persediaan yang dikembangkan pada penelitian ini diuraikan sebagai berikut.

Himpunan Indeks

K	himpunan ritel
J	himpunan depot
N_j	himpunan level kapasitas yang tersedia untuk depot ($j \in J$)
I	himpunan pemasok
V	himpunan kendaraan
M	himpunan gabungan ritel dan depot yakni ($K \cup J$)

Parameter dan Notasi

Di ritel

μ_k	rata-rata permintaan ritel k (Unit/hari) ($k \in K$)
σ_k^2	variansi permintaan harian ritel k (Unit/hari) ($k \in K$)
h_k	ongkos simpan di ritel k (Rp/unit/hari) ($k \in K$)
a_k	ongkos pesan di ritel k (Rp/pesan) ($k \in K$)
lt_k	waktu ancap-ancap di ritel k (Hari) ($k \in K$)
s_k	ongkos kekurangan di ritel k (Rp/unit) ($k \in K$)
α	probabilitas terjadinya kekurangan persediaan
z_α	nilai z pada distribusi normal standar untuk tingkat α
$f(z_\alpha)$	ordinat z_α
$\Psi(z_\alpha)$	ekspektasi parsial z_α

Di depot

f_j^n	ongkos tetap pembukaan depot j dengan level kapasitas n (Rp/hari) ($\forall j \in J, (\forall n \in N_j)$)
b_j^n	kapasitas dengan level n untuk depot j (Unit/hari) ($\forall j \in J, (\forall n \in N_j)$)
d_{kl}	ongkos transportasi antara <i>node</i> k dan <i>node</i> l (Rp/pengiriman) ($\forall k, l \in M$)
h_j	ongkos simpan di depot j (Rp/unit/hari) ($j \in J$)
a_j	ongkos pesan di depot j (Rp/pesan) ($j \in J$)
lt_j	waktu ancap-ancap di depot j (Hari) ($j \in J$)
vc	kapasitas kendaraan (Unit)

Di pemasok

h_i	ongkos simpan di pemasok i (Rp/unit/hari) ($i \in I$)
a_i	ongkos pesan di pemasok i (Rp/pesan) ($i \in I$)
lt_i	waktu ancap-ancap di pemasok i (Hari) ($i \in I$)

Di sistem

w	ongkos transportasi truk (Rp/truk)
pp	kapasitas truk (Unit)
B	jumlah ritel di dalam himpunan K , yakni $B = K $

Variabel Keputusan

Di ritel

NP_k	frekuensi pemesanan di ritel k ($k \in K$)
E	frekuensi pemesanan di setiap ritel
Q_k	ukuran lot pemesanan di ritel k (Unit) ($k \in K$)
MK_k	jumlah kekurangan di ritel k (Unit) ($k \in K$)
RK_k	saat pemesanan kembali di ritel k (Unit) ($k \in K$)
SS_k	<i>safety stock</i> di ritel k (Unit) ($k \in K$)

Di depot

U_j^n	bernilai 1 jika depot j dengan level kapasitas n dipilih, bernilai 0 jika sebaliknya ($\forall j \in J, (\forall n \in N_j)$)
D_j	permintaan harian di depot j (Unit/hari) ($j \in J$)
Y_{jk}	bernilai 1 jika depot j menyuplai Ritel k , bernilai 0 jika sebaliknya ($\forall j \in J, \forall k \in K$)
NP_j	frekuensi pemesanan di depot j ($j \in J$)
Z	frekuensi pemesanan di setiap depot
Q_j	ukuran lot pemesanan di depot j (Unit) ($j \in J$)
RK_j	saat pemesanan kembali di depot j (Unit) ($j \in J$)
R_{klv}	bernilai 1 jika k mendahului l dalam rute kendaraan v , bernilai 0 jika sebaliknya ($\forall k, l \in M, \forall v \in V$)
M_{kv}	variabel keputusan tambahan (<i>auxiliary decision variable</i>) yang ditetapkan pada ritel k untuk <i>subtour elimination</i> di rute kendaraan v ($\forall k \in K, \forall v \in V$)
X_j	jumlah truk di depot j (Truk) ($j \in J$)

Di pemasok

D_i	permintaan harian di pemasok (Unit/hari) ($i \in I$)
Q_i	ukuran lot pemesanan di pemasok i (Unit) ($i \in I$)
RK_i	saat pemesanan kembali di pemasok i (Unit) ($i \in I$)
X_i	jumlah truk di pemasok i (Truk) ($i \in I$)

Di sistem

OT	Ongkos total (Rp/hari)
T	waktu siklus tunggal (Hari)

Model Matematis

Fungsi tujuan terdiri dari:

Ongkos tetap pembukaan depot yang dikembangkan dari Javid dan Azad [5] yakni $\sum_{j \in J} \sum_{n \in N_j} f_j^n U_j^n$.

Ongkos perutean yang dikembangkan dari Javid dan Azad [5] yakni $\frac{E}{T} \sum_{v \in V} \sum_{k \in M} \sum_{l \in M} d_{kl} R_{klv}$.

Ongkos persediaan tiga eselon yang dikembangkan dari Nur Bahagia [9] yang terdiri dari ekspektasi ongkos total ritel yakni;

$$\sum_{k \in K} \left[\frac{a_k \mu_k}{Q_k} + h_k \left(\frac{Q_k}{2} + SS_k \right) + s_k MK_k \left(\frac{\mu_k}{Q_k} \right) \right],$$

ekspektasi ongkos total depot yakni

$$\sum_{j \in J} \left[\frac{a_j D_j}{Q_j} + h_j \left(\frac{Q_j}{2} + \sum_{k \in K} (lt_k \mu_k + SS_k) Y_{jk} \right) + w X_j \frac{z}{T} \right],$$

dan ekspektasi ongkos total pemasok yakni

$$\sum_{i \in I} \left[\frac{a_i D_i}{Q_i} + h_i \left(\frac{Q_i}{2} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} ((lt_j + lt_k) \mu_k + SS_k) Y_{jk} \right) + w X_i \frac{1}{T} \right].$$

Model matematis dari model integrasi keputusan lokasi, perutean kendaraan, dan pengendalian persediaan diberikan sebagai berikut.

Fungsi tujuan

$$\begin{aligned} \min OT = & \sum_{j \in J} \sum_{n \in N_j} f_j^n U_j^n + \\ & \frac{E}{T} \sum_{v \in V} \sum_{k \in M} \sum_{l \in M} d_{kl} R_{klv} + \sum_{k \in K} \left[\frac{a_k \mu_k}{Q_k} + \right. \\ & h_k \left(\frac{Q_k}{2} + SS_k \right) + s_k MK_k \left(\frac{\mu_k}{Q_k} \right) \left. + \sum_{j \in J} \left[\frac{a_j D_j}{Q_j} + \right. \right. \\ & h_j \left(\frac{Q_j}{2} + \sum_{k \in K} (lt_k \mu_k + SS_k) Y_{jk} \right) + w X_j \frac{z}{T} \left. + \right. \\ & \left. \sum_{i \in I} \left[\frac{a_i D_i}{Q_i} + h_i \left(\frac{Q_i}{2} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} ((lt_j + lt_k) \mu_k + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. SS_k \right) Y_{jk} \right) + w X_i \frac{1}{T} \right] \right] \end{aligned} \quad (1)$$

Pembatas

$$\sum_{v \in V} \sum_{l \in M} R_{klv} = 1, \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{l \in K} \sum_{k \in M} Q_l R_{klv} \leq vc, \forall v \in V \quad (3)$$

$$M_{kv} - M_{lv} + (B \times R_{klv}) \leq B - 1, \forall k, l \in K, \forall v \in V \quad (4)$$

$$\sum_{l \in M} R_{klv} - \sum_{l \in M} R_{lkv} = 0, \forall k \in M, \forall v \in V \quad (5)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} R_{jkv} \leq 1, \forall v \in V \quad (6)$$

$$\sum_{l \in M} R_{klv} + \sum_{l \in M} R_{jlv} - Y_{jk} \leq 1, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall v \in V \quad (7)$$

$$\sum_{n \in N_j} U_j^n \leq 1, \forall j \in J \quad (8)$$

$$\sum_{k \in K} \mu_k Y_{jk} \leq \sum_{n \in N_j} b_j^n U_j^n, \forall j \in J \quad (9)$$

$$\sum_{k \in K} \mu_k Y_{jk} \leq \sum_{n \in N_j} D_j U_j^n, \forall j \in J \quad (10)$$

$$\sum_{j \in J} D_j \leq D_i, \forall i \in I \quad (11)$$

$$\sum_{j \in J} Y_{jk} = 1, \forall k \in K \quad (12)$$

$$SS_k = z_\alpha \sqrt{lt_k \sigma_k^2}, \forall k \in K \quad (13)$$

$$MK_k = \sqrt{lt_k \sigma_k^2} [f(z_\alpha) - z_\alpha \Psi(z_\alpha)], \forall k \in K \quad (14)$$

$$RK_k = lt_k \mu_k + SS_k, \forall k \in K \quad (15)$$

$$RK_j = \left(\sum_{k \in K} (lt_j + lt_k) \mu_k + SS_k \right) Y_{jk}, \forall j \in J \quad (16)$$

$$RK_i = \left(\sum_{k \in K} lt_i \mu_k + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} (lt_j + lt_k) \mu_k + \right. \\ \left. SS_k \right) Y_{jk}, \forall i \in I \quad (17)$$

$$T = \frac{Q_i}{D_i} = \frac{NP_j Q_j}{D_j} = \frac{NP_j NP_k Q_k}{\mu_k} \quad (18)$$

$$NP_k = E, \forall k \in K \quad (19)$$

$$NP_j = Z, \forall j \in J \quad (20)$$

$$X_j = \left[\frac{Q_j}{pp} \right], \forall j \in J \quad (21)$$

$$X_i = \left[\frac{Q_i}{pp} \right], \forall i \in I \quad (22)$$

$$U_j^n \in \{0, 1\}, \forall j \in J, \forall n \in N_j \quad (23)$$

$$Y_{jk} \in \{0, 1\}, \forall j \in J, \forall k \in J \quad (24)$$

$$R_{klv} \in \{0, 1\}, \forall k, l \in M, \forall v \in V \quad (25)$$

$$M_{kv} \geq 0, \forall k \in K, \forall v \in V \quad (26)$$

$$Q_i, Q_j, Q_k \geq 0, \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (27)$$

$$T > 0 \quad (28)$$

$$NP_j, NP_k, E, Z \geq 1, NP_j, NP_k, E, Z \in int, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (29)$$

Fungsi tujuan pada persamaan (1) merupakan penjumlahan dari ongkos tetap pembukaan depot, ongkos perutean, dan ongkos persediaan. Ongkos persediaan terdiri dari ekspektasi ongkos total ritel, ekspektasi ongkos total depot, dan ekspektasi ongkos total pemasok. Ekspektasi ongkos total ritel terdiri dari ongkos pesan ritel, ongkos simpan ritel, dan ongkos kekurangan ritel. Ekspektasi ongkos total depot terdiri dari ongkos pesan depot dan ongkos simpan depot. Selanjutnya ekspektasi ongkos total pemasok terdiri dari ongkos pesan pemasok, ongkos simpan pemasok. Pembatas (2) menjamin setiap ritel dilayani oleh rute kendaraan tepat satu kali. Pembatas (3) menjamin bahwa barang yang dikirimkan dalam satu rute kendaraan tidak melewati kapasitas kendaraan. Pembatas (4) merupakan pembatas *subtour elimination*: setiap rute harus terdiri dari satu depot yang merupakan asal rute tersebut. Pembatas (5) merupakan pembatas *flow conservation*: ketika kendaraan memasuki sebuah ritel, kendaraan tersebut harus meninggalkan ritel yang sama dan tetap berbentuk bundar (*circular*) yakni berasal dan kembali ke depot yang sama. Pembatas (6) menjamin bahwa hanya terdapat satu depot dalam setiap rute. Pembatas (7) merupakan pembatas yang menghubungkan keputusan alokasi dan komponen perutean. Pembatas (8) menjamin bahwa setiap depot hanya dapat memiliki satu level kapasitas. Pembatas (9) menjamin bahwa depot tidak boleh memasok ritel melebihi kapasitasnya. Pembatas (10) menjamin bahwa permintaan di depot adalah jumlah permintaan ritel-ritel yang dipasoknya. Pembatas (11) menjamin bahwa permintaan di pemasok adalah jumlah permintaan depot yang dipasoknya. Pembatas (12) menjamin bahwa setiap ritel tepat dipasok satu kali oleh depot.

Selanjutnya Pembatas (13) merupakan formulasi untuk menghitung *safety stock* di ritel menggunakan model persediaan probabilistik sederhana menurut Nur Bahagia [10]. Pembatas (14) merupakan formulasi untuk jumlah kekurangan di ritel (Nur Bahagia [10]). Nilai z_α , $f(z_\alpha)$, $\Psi(z_\alpha)$ diperoleh dari tabel normal. Pembatas (15), (16), dan (17) merupakan formulasi untuk menghitung saat pemesanan kembali masing-masing di ritel, depot, dan pemasok. Pembatas (18) merupakan pembatas waktu siklus tunggal (Nur Bahagia [10]). Pembatas (19) dan (20) masing-masing merupakan pembatas frekuensi pemesanan di ritel dan depot yang menjamin bahwa frekuensi pemesanan adalah sama. Pembatas (21) dan (22) merupakan formulasi untuk menghitung jumlah truk yang dibutuhkan masing-masing di depot dan pemasok. Pembatas (23), (24), dan (25) merupakan pembatas bilangan biner masing-masing untuk variabel keputusan lokasi, alokasi, dan rute kendaraan. Pembatas (26), (27), dan (28) merupakan pembatas non-negatif masing-masing

untuk variabel keputusan variabel tambahan, ukuran lot, dan waktu siklus tunggal. Pembatas (29) merupakan pembatas bilangan bulat untuk variabel keputusan frekuensi pemesanan.

Metode Solusi

Terdapat dua metode yang digunakan untuk menyelesaikan model integrasi dalam penelitian ini yaitu metode optimal dan metode heuristik.

Metode Optimal

Model matematis yang telah dikembangkan tersebut selanjutnya diterjemahkan ke dalam bahasa pemrograman perangkat lunak Lingo 12.0. Metode optimal selanjutnya akan menghasilkan solusi optimal.

Metode Heuristik

Model integrasi yang dikembangkan dalam penelitian ini termasuk dalam permasalahan NP-hard sehingga perlu dikembangkan metode heuristik untuk menyelesaikan permasalahan tersebut dalam skala yang besar (Javid dan Azad [5]). NP (*non-deterministic polynomial time*) adalah himpunan semua permasalahan keputusan yang dapat diselesaikan dengan algoritma non-deterministik dalam waktu polinomial. Permasalahan keputusan merupakan setiap permasalahan yang jawabannya dapat bernilai 0 atau 1. Setiap permasalahan yang melibatkan identifikasi nilai optimal (baik minimum atau maksimum) pada fungsi ongkos yang diberikan dikenal sebagai permasalahan optimisasi dan termasuk dalam permasalahan NP-hard (Horowitz *et al.* [11]). Metode heuristik yang dikembangkan dalam penelitian ini merupakan tahap konstruktif atau tahap pembangkitan solusi inisial.

Fungsi tujuan pada persamaan (1) merupakan fungsi konveks dalam variabel keputusan persediaan dengan nilai lebih besar dari nol (Javid dan Azad [5]). Sehingga nilai Q_i inisial dapat diperoleh dengan menurunkan persamaan (1) terhadap Q_i dengan syarat $\frac{\partial OT}{\partial Q_i} = 0$, maka diperoleh persamaan:

$$Q_i = \sqrt{\frac{2a_i D_i}{h_i}} \quad (30)$$

dengan diketahuinya nilai Q_i , maka nilai T inisial dapat dihitung dengan persamaan:

$$T = \frac{Q_i}{D_i} \quad (31)$$

dengan diketahuinya nilai T , maka nilai Q_j inisial dan Q_k inisial masing-masing dapat dihitung dengan persamaan:

$$Q_j = T D_j \quad (32)$$

$$Q_k = T \mu_k \quad (33)$$

dengan diketahuinya nilai Q_j dan Q_k , maka nilai NP_j inisial dan NP_k inisial masing-masing dapat dihitung dengan persamaan:

$$NP_j = \frac{T D_j}{Q_j} \quad (34)$$

$$NP_k = \frac{T \mu_k}{NP_j Q_k} \quad (35)$$

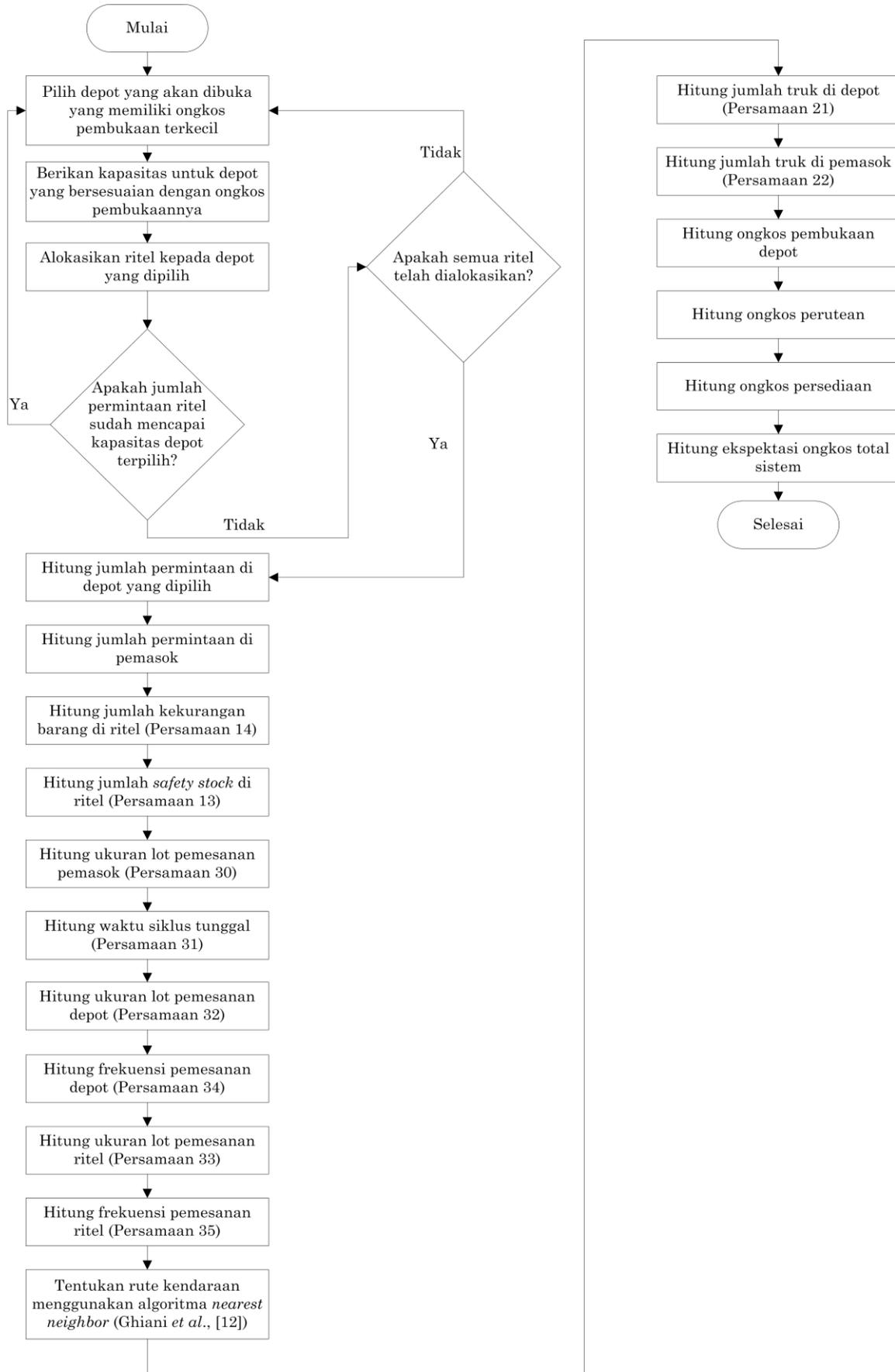
Langkah-langkah metode heuristik yang dikembangkan untuk model integrasi dalam penelitian dapat dilihat pada Gambar 3.

Hasil dan Pembahasan

Metode heuristik yang telah dikembangkan selanjutnya disandi dalam Matlab 2013. Metode optimal dan metode heuristik dijalankan pada komputer dengan spesifikasi sistem operasi Windows 7 (64-bit), prosesor Intel(R) Core (TM) i7 CPU @ 2.10GHz, dan memori 4,00 GB (RAM). Contoh numerik diberikan untuk 6 Pasar Ritel, 3 Depot, dan 1 Pemasok serta 2 level kapasitas yang nilai parameternya dibangkitkan secara acak yang dapat dilihat pada pada Tabel 1, Tabel 2, Tabel 3, dan Tabel 4. Parameter permintaan diperoleh dari distribusi uniform antara 10 dan 30, parameter variansi permintaan diperoleh dari distribusi uniform antara 2 dan 6, parameter ongkos pesan diperoleh dari distribusi uniform antara 4 dan 6, parameter ongkos simpan diperoleh dari distribusi uniform antara 2 dan 3, parameter waktu angsang diperoleh dari distribusi uniform antara 0,2 dan 0,3, parameter ongkos kekurangan diperoleh dari distribusi uniform antara 10 dan 15, dan parameter ongkos transportasi diperoleh dari distribusi uniform antara 1 dan 5, serta probabilitas terjadinya kekurangan sebesar 5%.

Ilustrasi solusi metode optimal dari contoh numerik 6 Pasar Ritel, 3 Depot, dan 1 Pemasok dapat dilihat pada Gambar 4.

Dari Gambar 4 dapat diketahui bahwa dari tiga depot alternatif hanya satu depot yang dibuka yaitu D1. D1 selanjutnya dipasok oleh pemasok sesuai dengan ukuran lot pemesanan D1. Selanjutnya D1 melayani semua ritel dan dibentuk rute kendaraan untuk melayani ritel sesuai dengan ukuran lot masing-masing ritel. Dari Gambar 4 dapat diketahui bahwa terdapat dua *tour* rute kendaraan untuk mengirimkan ukuran lot keseluruhan ritel. Hal ini dikarenakan kapasitas kendaraan yang tidak mencukupi jika ritel dilayani sekaligus. *Tour* pertama yaitu D1 – R9 – R4 – D1 dan *tour* kedua yaitu D1 – R8 – R7 – R6 – R5 – D1. Semua keputusan yang diperoleh dari model integrasi yang telah diuraikan tersebut, yaitu keputusan lokasi, rute kendaraan, dan persediaan, dioptimisasikan secara simultan.



Gambar 3. Flowchart metode heuristik

Tabel 1. Nilai parameter depot untuk contoh numerik 6 pasar ritel, 3 depot, dan 1 pemasok

Node	Depot j	b_j^n (Unit/hari)		f_j^n (Rp/hari)		a_j (Rp/pesan)	h_j (Rp/unit/periode)	lt_j (Hari)	vc (Unit)
		1	2	1	2				
1	D1	120	130	350	400	6	3	0,29	10
2	D2	100	140	250	450	4	3	0,21	
3	D3	150	110	500	300	5	2	0,21	

Tabel 2. Nilai parameter ritel untuk contoh numerik 6 pasar ritel, 3 depot, dan 1 pemasok

Node	Ritel k	μ_k (Unit/hari)	σ_k^2 (Unit/hari)	a_k (Rp/pesan)	h_k (Rp/unit/periode)	s_k (Rp/unit)	lt_k (Hari)
5	R5	29	2	5	3	14	0,30
6	R6	14	6	4	3	14	0,28
7	R7	15	3	5	3	15	0,24
8	R8	19	4	6	2	10	0,26
9	R9	29	5	6	3	11	0,20

Tabel 3. Nilai parameter pemasok untuk contoh numerik 6 pasar ritel, 3 depot, dan 1 pemasok

Pemasok	a_i (Rp/pesan)	h_i (Rp/unit/periode)	lt_i (Hari)	pp (Unit)	w (Rp/truk)
Pemasok	4	2	0,25	30	2

Tabel 4. Nilai parameter ongkos transportasi (Rp) antar-*node* untuk contoh numerik 6 pasar ritel, 3 depot, dan 1 pemasok

Node	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	3	2	1	5	4	2	3	1
2	3	0	4	2	3	1	5	1	3
3	2	4	0	5	2	1	3	4	5
4	1	2	5	0	2	1	4	2	4
5	5	3	2	2	0	4	1	5	2
6	4	1	1	1	4	0	5	2	4
7	2	5	3	4	1	5	0	4	1
8	3	1	4	2	5	2	4	0	5
9	1	3	5	4	2	4	1	5	0

Tabel 5. Perbandingan solusi metode optimal dan solusi metode heuristik

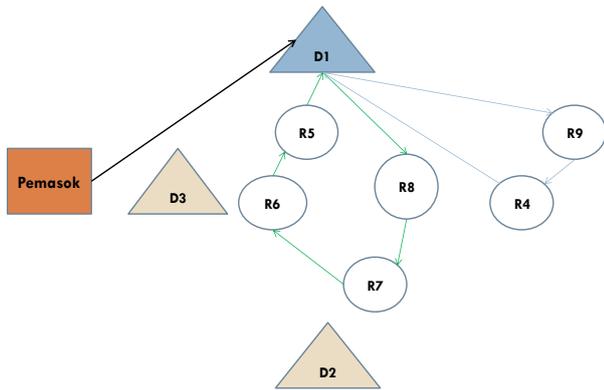
No.	Jumlah ritel	Jumlah depot	Metode optimal		Metode heuristik		Gap (%)		
			Nilai fungsi tujuan (Rp)	Waktu komputasi (detik)	Nilai fungsi tujuan (Rp)	Waktu komputasi (detik)	Nilai fungsi tujuan	Waktu komputasi	
1	3	2	411,06*	112	601,72	0,033292	46,38	-99,97	
2	4	2	538,57**	436	707,27	0,034949	31,32	-99,99	
3	5	2	751,10**	43.200	846,96	0,035831	12,76	-100,00	
4	6	2	874,69**	43.200	900,01	0,035418	2,89	-100,00	
5	7	2	966,52**	43.200	1.029,60	0,043529	6,53	-100,00	
6	8	2	1.089,10**	43.200	1.141,30	0,038546	4,79	-100,00	
7	3	3	406,27*	356	590,10	0,034564	45,25	-99,99	
8	4	3	538,47**	43.200	750,57	0,035456	39,39	-100,00	
9	5	3	797,23**	43.200	831,96	0,034397	4,36	-100,00	
10	6	3	877,21**	43.200	900,01	0,034625	2,60	-100,00	
11	7	3	NA	NA	1.041,40	0,037990	NA	NA	
12	8	3	NA	NA	1.156,40	0,036209	NA	NA	
							Rata-rata	19,63	-100,00

(*) solusi global optimal

(**) solusi lokal optimal

Tabel 6. Perbandingan solusi model integrasi dan model dekomposisi

No.	Jumlah ritel	Jumlah depot	Model integrasi	Model dekomposisi			Penghematan (%)	
			Nilai fungsi tujuan (Rp)	Nilai fungsi tujuan (Rp)				
				Model lokasi	Model persediaan	Model perutean kendaraan		Total
1	3	2	411,06	100	285,16	37,14	422,30	2,73
2	4	2	538,57	150	352,77	45,45	548,22	1,79
3	3	3	406,27	100	285,16	37,14	422,30	3,95
							Rata-rata	2,82



Gambar 4. Ilustrasi solusi contoh numerik 6 pasar ritel, 3 depot, dan 1 pemasok

Perbandingan Solusi Metode Optimal dan Metode Heuristik

Untuk mengevaluasi solusi dari metode heuristik yang telah dikembangkan, dilakukan perbandingan nilai fungsi tujuan dan waktu komputasi terhadap solusi metode optimal dengan Lingo 12.0. Waktu komputasi maksimal yang digunakan pada Lingo 12.0 dalam perbandingan ini adalah 12 jam. Perbandingan dilakukan terhadap dua belas contoh numerik yang dapat dilihat pada Tabel 5. Berdasarkan nilai fungsi tujuan dan waktu komputasi tersebut selanjutnya akan dihitung *gap* antara solusi metode heuristik dan solusi metode optimal di mana *gap* dihitung dengan (Javid dan Azad [5]):

$$Gap (\%) = 100 \times (\text{nilai solusi metode heuristik} - \text{nilai solusi metode optimal}) / \text{nilai solusi metode optimal} \quad (36)$$

Menurut Varberg *et al.* [13], sebuah fungsi konveks dapat memiliki nilai minimum lokal dan minimum global. Nilai minimum global adalah nilai yang terkecil di antara nilai-nilai minimum lokal sedangkan nilai minimum lokal diperoleh dari solusi yang mana tidak ada solusi layak yang lebih baik yang dapat ditemukan di lingkungan terdekat dari solusi yang diberikan. Lingo 12.0 menghasilkan tiga status solusi yaitu solusi layak, solusi lokal optimal, dan solusi global optimal. Semakin tinggi status solusi yang diinginkan maka semakin lama waktu komputasi yang dibutuhkan.

Dari Tabel 5 dapat dilihat status solusi metode optimal dari contoh numerik yang diperoleh setelah dijalankan di Lingo 12.0 selama 12 jam. Dari contoh numerik 1, 2, dan 7 diperoleh solusi global optimal, dari contoh numerik 3, 4, 5, 6, 8, 9, dan 10 diperoleh solusi lokal optimal, dan dari contoh numerik 11 dan 12 belum diperoleh solusi sama sekali. Semakin besar/banyak data yang digunakan, maka waktu komputasi yang dibutuhkan untuk mencapai tiap tingkatan status solusi akan semakin lama.

Dari Tabel 5 juga dapat diketahui bahwa metode heuristik yang dikembangkan mampu menghasilkan solusi fungsi tujuan dengan rata-rata *gap* sebesar 19,63% dibandingkan dengan metode optimal untuk data yang digunakan dalam penelitian ini. Dari waktu komputasi, metode heuristik mampu menghasilkan rata-rata *gap* sebesar -100% dibandingkan metode optimal. Hal ini berarti metode heuristik yang dikembangkan 100 kali lebih cepat dalam hal waktu komputasi.

Perbandingan Solusi Model Integrasi dan Model Dekomposisi

Perbandingan juga dilakukan terhadap solusi model integrasi dan model dekomposisi pada nilai fungsi tujuan. Perbandingan ini dilakukan untuk mengetahui penghematan yang diperoleh dengan melakukan optimisasi secara simultan melalui model integrasi yang dikembangkan dibandingkan dengan melakukan optimisasi secara sekuensial melalui model dekomposisi untuk keputusan lokasi, persediaan, dan perutean kendaraan. Model dekomposisi terdiri dari tiga model yaitu model lokasi (Ghani *et al.* [12]), model persediaan (Nur Bahagia [10]), dan model perutean kendaraan (Toth dan Vigo [14]). Solusi dari model lokasi selanjutnya digunakan sebagai input model persediaan dan solusi dari model persediaan digunakan sebagai input model perutean kendaraan. Keputusan dari setiap model dekomposisi dioptimisasikan secara sekuensial. Perbandingan solusi dilakukan hanya terhadap contoh numerik pada model integrasi yang menghasilkan solusi global optimal setelah dijalankan pada Lingo 12.0 dalam waktu 12 jam yang dapat dilihat pada Tabel 5. Perbandingan solusi model integrasi dan model dekomposisi dapat dilihat pada Tabel 6. Penghematan antara solusi model integrasi dengan model dekomposisi diperoleh dari persamaan berikut:

$$Penghematan (\%) = 100 \times (\text{nilai fungsi tujuan model dekomposisi} - \text{nilai fungsi tujuan model integrasi}) / \text{nilai fungsi tujuan model integrasi} \quad (37)$$

Dari Tabel 6 dapat diketahui bahwa model integrasi yang dikembangkan menghasilkan penghematan dengan rata-rata 2,82% dibandingkan dengan model dekomposisi. Dengan kata lain model integrasi yang dikembangkan berhasil menghasilkan ongkos total sistem yang lebih kecil.

Simpulan

Penelitian ini telah berhasil mengembangkan model integrasi yang secara simultan mengoptimisasikan keputusan lokasi, rute kendaraan, dan pengendalian persediaan pada sistem rantai pasok tiga eselon

yang belum pernah dikembangkan sebelumnya. Untuk memecahkan model integrasi tersebut digunakan dua metode yaitu metode optimal dan metode heuristik. Dari hasil pembahasan dapat diketahui bahwa metode heuristik yang dikembangkan menghasilkan solusi fungsi tujuan dengan rata-rata *gap* sebesar 19,63% dibandingkan dengan metode optimal. Dari waktu komputasi, metode heuristik mampu menghasilkan rata-rata *gap* sebesar -100% dibandingkan metode optimal. Dari hasil pembahasan juga dapat diketahui bahwa model integrasi yang dikembangkan menghasilkan ongkos total sistem yang lebih kecil dengan rata-rata 2,82% dibandingkan dengan model dekomposisi.

Seperti yang telah disebutkan sebelumnya, metode heuristik yang dikembangkan dalam penelitian ini merupakan tahap konstruktif atau tahap pengembangan solusi inisial sehingga perlu untuk diperbaiki. Kelemahan penelitian ini membuka peluang untuk mengembangkan metode heuristik yang mampu menghasilkan kualitas solusi yang lebih baik, seperti menggunakan algoritma metaheuristik. Penelitian ini juga membuka peluang untuk penelitian selanjutnya, antara lain mengembangkan model integrasi dengan mempertimbangkan multi produk, multi pemasok, atau jumlah eselon yang lebih banyak.

Daftar Pustaka

1. Liu, S.C. and Lin, C.C., A Heuristic Method for the Combined Location Routing and Inventory Problem, *International Journal Advanced Manufactured Technology*, 26, 2005, pp. 372–381.
2. Liu, S.C. and Lee, S.B., A Two-Phase Heuristic Method for the Multi-Depot Location Routing Problem Taking Inventory Control Decisions Into Consideration, *International Journal Advanced Manufactured Technology*, 22, 2003, pp. 941–950.
3. Shen, Z.M. and Qi, L., Incorporating Inventory and Routing Costs in Strategic Location Models, *European Journal of Operational Research*, 179, 2007, pp. 372–389.
4. Ambrosino, D. and Scutella, M.G., Distribution Network Design: New Problems and Related Models, *European Journal of Operational Research*, 165, 2005, pp. 610–624.
5. Javid, A.H. and Azad, N., Incorporating Location, Routing and Inventory Decisions in Supply Chain Network Design, *Transportation Research Part E*, 46, 2010, pp. 582–597.
6. Sajjadi, S.R., Hamidi, M., and Cheraghi, S.H., Multi-Product Capacitated Location Routing Inventory Problem, *International Journal of Modern Engineering*, 13(2), 2013, pp. 68-77.
7. Guerrero, W.J., Prodhon, C., Velasco, N. and Amaya, C.A., Hybrid Heuristic for the Inventory Location-Routing Problem with Deterministic Demand, *International Journal Production Economics*, 146, 2013, pp. 359–370.
8. Saragih, N.I., Nur Bahagia, S., Suprayogi, and Syabri, I., A Survey on Location-Routing-Inventory Problem, *Proceedings of the 8th Widyatama International Seminar on Sustainability*, Universitas Widyatama, 2016, pp. 139-141.
9. Nur Bahagia, S., Model Optimasi Integral Sistem Rantai Nilai 3 Eselon, *Proceedings Seminar Sistem Produksi IV*, 1999, pp. 1-9.
10. Nur Bahagia, S., *Sistem Inventori*, Penerbit ITB, 2006.
11. Horowitz, E., Sahni, S., and Rajasekaran, S., *Computer Algorithm*, Computer Science Press, 1998.
12. Ghiani, G., Laporte, G., and Musmanno, R., *Introduction to Logistics Systems Planning and Control*, John Wiley & Sons Ltd, 2004.
13. Varberg, D., Purcell, E.J., and Rigdon, S.E., *Calculus*, 9th Edition, Prentice Hall, 2007.
14. Toth, P. and Vigo, D., *The Vehicle Routing Problem*, SIAM Monographs on Discrete Mathematics And Applications, 2002.