

Pengembangan Model *Consignment Stock* pada Sistem Rantai Pasok Dua Eselon dengan Permintaan Berfluktuasi dan Perubahan *Order Awal*

Ivan D. Wangsa^{1*} and Bermawi P. Iskandar¹

Abstract: Scheduling changes on the production floor are common in practice. These changes are aimed to meet the consumer demand, but they cause nervousness. Moreover, the nervousness will increase costs and reduce service level. This research deals with production batch size and buffer stock. It also considers to any changes in the preliminary order. Any changes in the demand for a given day are announced one day before and it happens randomly. This research considers two-echelon supply chain system with a single supplier and a single manufacturer. The models development are transactional relationship and consignment stock contract relationship. Additionally, this study also considers backorder and production capacity according to the real condition. Numerical examples are given to demonstrate the performance of the models. From the numerical results, it appears that coefficient variation (CV) of the demand affects the results obtained using method of Silver-Meal(SM) and Least Unit Cost (LUC).

Keywords: Changes dynamic preliminary order (nervousness), stochastic demand, consignment stock system (CSS).

Pendahuluan

Pelaku industri mulai sadar bahwa untuk menghasilkan produk dengan ongkos yang murah (*cost*), berkualitas tinggi (*quality*) dan pengiriman yang tepat waktu (*delivery*), tidak cukup dengan perbaikan di internal perusahaan manufaktur saja. Ketiga ukuran tersebut membutuhkan peran serta pemasok (*supplier*), yang terlibat di dalam sistem rantai pasok perusahaan. Hal ini yang kemudian melahirkan konsep baru yaitu *supply chain system* (SCS). SCS tidak hanya berorientasi pada urusan internal melainkan juga eksternal perusahaan yang berhubungan dengan perusahaan-perusahaan mitra.

Saat ini terdapat dua tantangan besar dalam pengelolaan rantai pasok (SCS), yaitu kompleksitas dan ketidakpastian. Kompleksitas muncul akibat banyaknya pihak yang terlibat pada suatu rantai pasok. Ketidakpastian muncul dari arah permintaan pelanggan (pembeli), pemasok (terkait dengan pengiriman, harga, kualitas dan kuantitas) maupun internal perusahaan (kerusakan mesin, kinerja mesin yang tidak sempurna, tenaga kerja serta waktu maupun kualitas produksi).

Penelitian ini dilakukan pada PT. X yang merupakan perusahaan manufaktur yang bergerak dalam bidang pembuatan komponen otomotif. PT. X merupakan pemasok komponen sepeda motor untuk

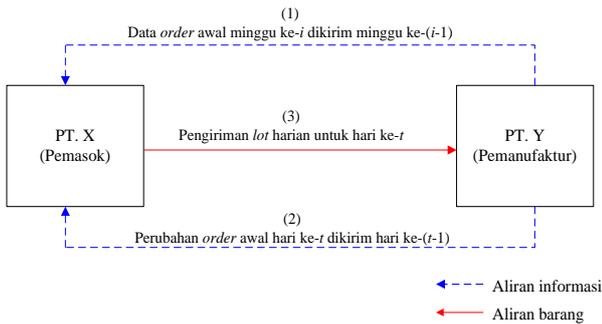
PT. Y dan PT. Z. Dalam menentukan ukuran *batch* produksi, saat ini PT. X menggunakan *lot-for-lot* dengan sistem persediaan *period review*.

Studi pendahuluan menghasilkan karakteristik permintaan yang menarik dari PT. Y yang dijelaskan berikut ini. PT. Y selaku pamanufaktur/pembeli komponen, mengirim data *order* harian (disebut *order awal*) untuk satu minggu ke depan (Senin sampai dengan Jumat), dimana *order awal* minggu ke-*i* yang dikirim pada akhir minggu ke- $(i-1)$ (Gambar 1). Selanjutnya PT. X merencanakan produksi berdasarkan *order awal* dengan *service level* 100% selama satu minggu dan *buffer stock* (persediaan penyangga) sebesar 65% dari total *order awal* satu bulan sebelumnya untuk menjamin *service level* 100%. Hasil produksi tersebut dikirim dari PT. X dan diterima di gudang PT. Y dalam *lot* harian. Pada kenyataannya, sering kali PT. Y meminta penambahan ataupun pengurangan *order awal* kepada PT. X. Perubahan *order awal* disampaikan satu hari sebelumnya, dengan demikian PT. X perlu mempertimbangkan ketidakpastian permintaan yang berfluktuasi tersebut.

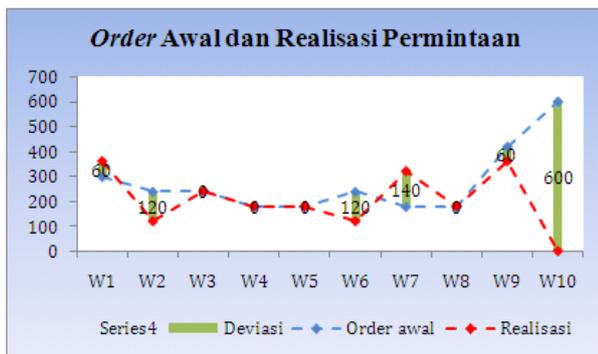
Ketidakpastian yang berfluktuasi yang dialami oleh PT. X disebabkan oleh kegiatan produksi PT. Y. Ketidakpastian ini membuat persediaan menjadi sangat besar sehingga menyebabkan total ongkos persediaan yang merupakan jumlah dari ongkos *setup*, ongkos simpan dan ongkos *backorder* menjadi sangat tinggi. Untuk menurunkan total ongkos persediaan, diperlukan penentuan ukuran *lot* dan *buffer stock* serta sistem persediaan yang tepat yang meminimumkan total ongkos.

^{1*} Fakultas Teknik, Departmen Teknik Industri, Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesa 10 Bandung 40132, Indonesia
Email: ivan_darma@yahoo.com, bermawi@mail.ti.itb.ac.id

* Penulis korespondensi



Gambar 1. Proses pengiriman informasi *order* awal dan perubahan *order* awal dalam sistem rantai pasok PT. X dan PT. Y



Gambar 2. Tiga kondisi perubahan *order* awal

Adanya perubahan *order* awal ini menyebabkan tiga kondisi (Gambar 2). Kondisi pertama disebut *under-production*, yaitu kondisi dimana PT. Y melakukan penambahan dari *order* awal sebelumnya (biasanya dua hingga tiga kali dari *order* awal). Kondisi kedua merupakan kebalikan dari kondisi pertama (*over-production*), yaitu PT. Y memberikan pengurangan *order* awal dan bahkan melakukan pembatalan *order* (*order cancel*). Pada kondisi ketiga, tidak terjadi perubahan *order* awal. Adanya ketidakpastian atau ketidakstabilan (perubahan *order* awal) ini dapat merugikan bagi pemasok, yang menyebabkan pemasok harus mengubah jadwal produksinya (Pujawan, [2, 4]). Hal ini dikarenakan produksi telah selesai direncanakan dan dilakukan. Dampaknya total ongkos persediaan menjadi sangat tinggi (persediaan dan *buffer stock* yang menumpuk di gudang karena *over production* dan juga terjadinya *backorder* apabila terjadi *under production*). Perubahan *order* awal tersebut akan mempengaruhi *service level* dan juga membutuhkan adanya *buffer stock*. Dalam penelitian ini ukuran *batch* dan faktor *buffer* (*buffer factor*) yang dapat meminimumkan total ongkos relevan pemasok perlu dipertimbangkan dan dioptimalkan.

Pujawan [3] dan Pujawan dan Silver [5] mengembangkan model permintaan berfluktuasi dengan melakukan beberapa sensitivitas *coefficient variation* (CV). Pujawan [3] melakukan penelitian dengan melihat pengaruh CV terhadap variabilitas ukuran

pesanan. Pujawan [3] melaporkan bahwa metoda Siver-Meal (SM) dan Least Unit Cost (LUC) menunjukkan hasil yang berbeda yang bergantung pada CV yang diujikan. Pujawan dan Silver [5] mengembangkan model dari Pujawan [3] dengan mengoptimalkan *buffer factor*. Saraswati [6] mengembangkan model untuk permintaan yang berfluktuasi, tetapi belum mempertimbangkan *buffer stock*. Dalam penelitian ini dilakukan penggabungan antara model matematik heuristik permintaan dinamis Pujawan dan Silver [5] dan model matematik sistem rantai pasok oleh Saraswati [6] serta dilakukan pemodelan matematik untuk perubahan *order* awal. Adanya perubahan *order* awal dan dilakukan pemodelan matematik menjadi celah dalam penelitian ini, dimana Pujawan dan Silver [5] dan Saraswati [6] belum mempertimbangkan adanya perubahan *order* awal.

Menurut Pujawan [4], pada pola transaksional, perusahaan pamanufaktur selalu menentukan jadwal dan ukuran pesanan berdasarkan informasi yang mereka miliki. Pemasok akan merespon permintaan secara pasif, tanpa mencari tahu lebih lanjut kenapa pamanufaktur memesan sejumlah tersebut. Perubahan yang selalu sering pada jadwal produksi mengakibatkan apa yang dinamakan '*schedule instability* atau *schedule nervousness*'. Fenomena di atas mengakibatkan *service level* yang rendah karena banyak permintaan yang tidak dapat terpenuhi.

Untuk mengurangi *schedule nervousness*, dapat dilakukan dengan meningkatkan hubungan antar pihak yang terlibat, salah satunya dengan menggunakan *electronic data interchange* (Pujawan, [2, 4]). Pada tingkatan ini, salah satu pihak bersedia memberikan informasi (*information sharing*, IS), dapat berupa status persediaan, ramalan permintaan, jadwal produksi yang saling ditukarkan agar dapat dimanfaatkan kedua belah pihak dan mengefisienkan kinerja perusahaan sekaligus dapat mengefisienkan sistem rantai pasok secara keseluruhan. Melalui pendekatan IS tersebut, maka sistem keseluruhan (*wide system*) dapat memanfaatkan sistem arsitektur pendukung dengan informasi yang dibagikan antara pemasok dan pamanufaktur (Lee dan Whang, [1]). Beberapa strategi yang dapat dilakukan adalah *consignment stock/supplier-owned inventory* (CS/SOI), *vendor-managed inventory* (VMI), pola hubungan kemitraan (JELS).

Tujuan dari makalah ini adalah mengembangkan suatu model matematik untuk menentukan ukuran *batch* dan *buffer stock* yang harus disediakan pemasok, dimana kondisi permasalahan yang dihadapi adalah adanya perubahan *order* awal dalam sistem *consignment stock* (CS).

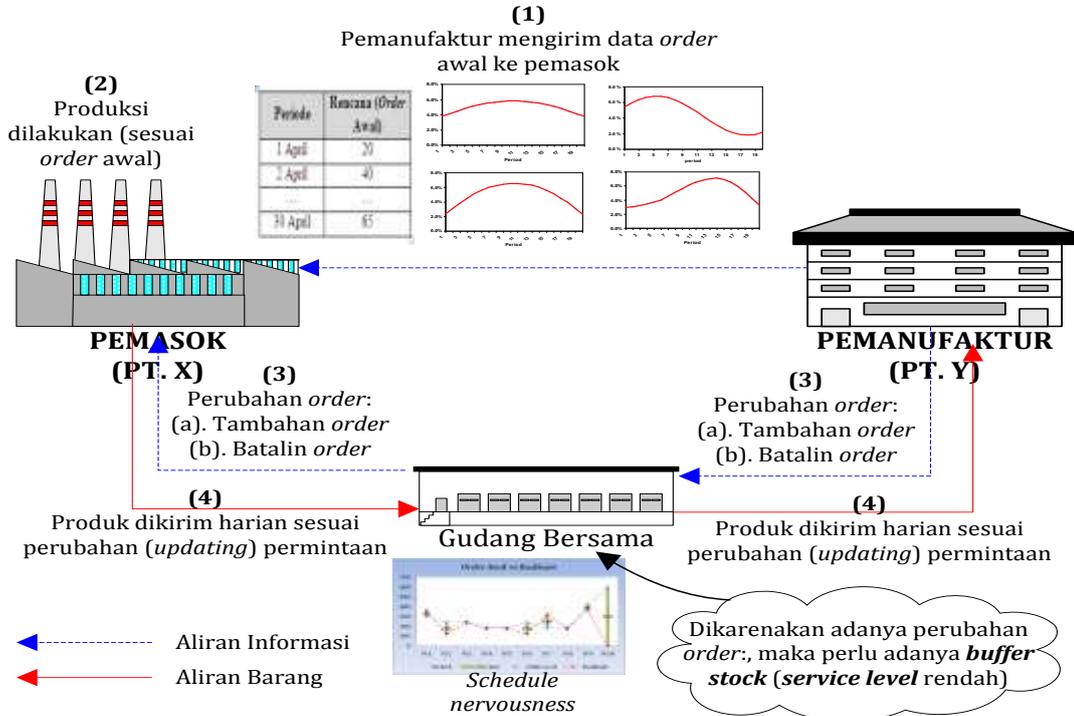
Metode Penelitian

Consignment Stock (CS)

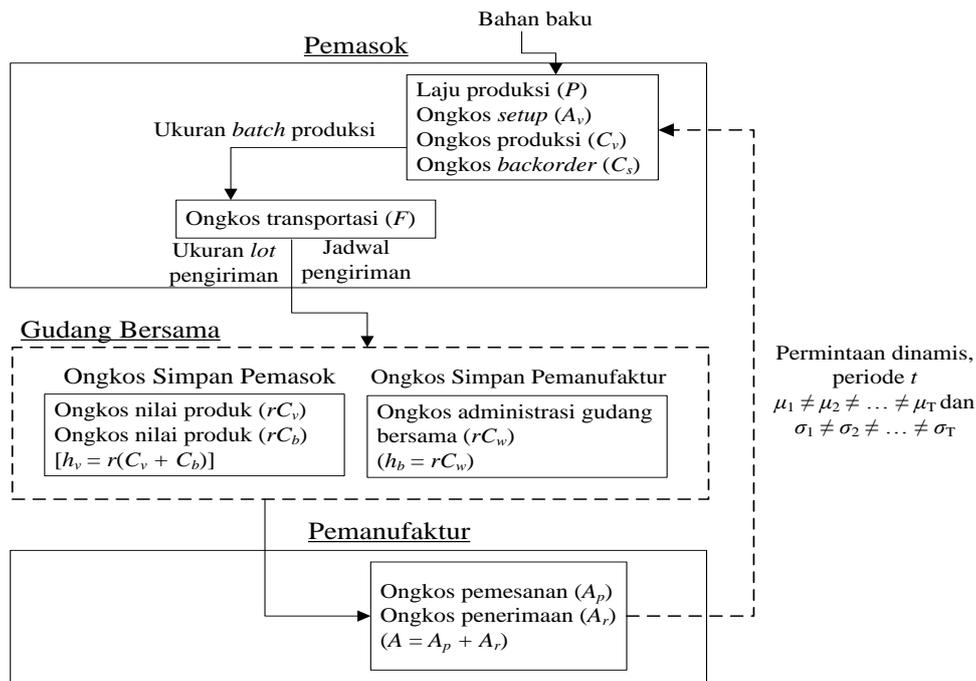
Consignment stock adalah suatu sistem persediaan dimana pemasok mengelola persediaan dari pemasok (Valentini dan Zavanella, [9]). Dalam

sistem CS, pemasok tidak lagi memiliki produk, melainkan pemasok yang memiliki produk (*consignee*).

Model yang dikembangkan berhubungan dengan sistem rantai pasok yang terdiri dari dua eselon, yaitu: PT. X sebagai pemasok tunggal dan PT. Y



Gambar 3. Ilustrasi proses *consignment stock* untuk permintaan berfluktuasi



Gambar 4. Karakteristik sistem *consignment stock* untuk permintaan berfluktuasi

sebagai pamanufaktur tunggal (Gambar 3). Pemasok merupakan pihak yang memproduksi komponen, sedangkan pamanufaktur adalah pihak yang melakukan permintaan komponen kepada pemasok untuk diproduksi di lantai produksi pamanufaktur. Transaksi diawali pada akhir minggu ke-($i-1$), dimana pamanufaktur mengirim data permintaan awal (rencana/order awal) untuk minggu ke- i kepada pemasok. Perubahan order disampaikan pada hari ke-($t-1$) untuk hari ke- t dan permintaan harian tidak selalu sama. Setelah pemasok menerima data order awal dan menyepakatinya, sebagai langkah awal dalam menjalin hubungan antara pemasok dan pamanufaktur. Pemasok akan memproduksi dengan laju produksi minimal sejumlah total dari order awal selama satu minggu, sisa persediaan dan ukuran *buffer stock*.

Karakteristik Sistem *Consignment Stock* (CS)

Karakteristik sistem CS dapat dijelaskan sebagai berikut (Gambar 4). Pada mulanya, pamanufaktur melakukan aktivitas pemesanan order awal dengan ongkos yang terdiri dari ongkos pemesanan (A_p) dan ongkos penerimaan pemesanan sebagai proses bongkar muat (A_r). Total ongkos yang berkaitan dengan aktivitas pemesanan adalah ($A = A_p + A_r$) selama satu minggu atau horison perencanaan (T) yang sama.

Pemasok melakukan *setup* dengan ongkos *setup* (A_v) untuk memulai proses produksi. Bahan baku dibutuhkan untuk memproduksi komponen yang dipesan dengan laju produksi, ($P \gg \sum_{t=1}^T S_t$) dan ongkos yang dikeluarkan untuk memproduksi satu unit komponen adalah (C_v). Selanjutnya, komponen dikirim ke gudang bersama, dimana nilai produk dimiliki oleh pemasok bukan pamanufaktur. Artinya ongkos nilai produk tersebut, yaitu: ongkos produksi (C_v) dan harga pembelian (C_b) ditanggung oleh pemasok (*consignment*). Bila fraksi ongkos simpan per unit per periode (r), maka ongkos simpan pemasok menjadi [$h_w = r(C_v + C_b)$]. Pemasok mengeluarkan ongkos transportasi (F), sebagai ongkos pengiriman komponen ke gudang bersama sesuai dengan *update* dari pesanan awal. Perlu diperhatikan bahwa konsep *consignment stock* (stok konsinyasi) adalah suatu produk tidak dimiliki pamanufaktur melainkan dimiliki oleh pemasok. Artinya produk tersebut hanya “dipinjamkan” oleh pemasok kepada pamanufaktur untuk dijual pamanufaktur. Pada konsep tersebut, maka pamanufaktur hanya menanggung ongkos simpan berupa ongkos administrasi gudang penyimpanan yang digunakan bersama dengan ongkos (C_w), yaitu ($h_b = rC_w$), tetapi ongkos produksi (C_v) dan harga beli barang (C_b) ditanggung oleh pemasok.

Adapun asumsi dan notasi yang digunakan dalam model adalah sebagai berikut:

Asumsi Penelitian

1. *Lead time* = 0.
2. Tingkat produksi terbatas.
3. Kekurangan persediaan pemasok diatasi dengan *backorder*.
4. Antar periode saling bergantung pada periode sebelumnya.
5. Dalam satu horison perencanaan terbatas (*finite*) yaitu satu minggu terdiri atas lima hari yang sama panjang untuk semua minggu.
6. Laju order awal dan realisasi permintaan berdistribusi normal, berturut-turut:
 $N(\mu_t^d, \sigma_t^{d^2})$ dan $N(\mu_t^r, \sigma_t^{r^2})$. Perubahan order awal (delta order awal dan realisasi) bersifat stokastik dan berdistribusi normal, $N(\mu_t, \sigma_t^2)$.

Indeks

- i indeks mingguan; 1, 2, ... I (minggu)
 t indeks harian; 1, 2, ... T (Senin, Selasa, ... , Jumat) (hari)

Notasi

- $(A_p)_t$ ongkos administrasi pemesanan per sekali pesan pada hari ke- t (Rp/hari)
 $(A_r)_t$ ongkos *unloading* per sekali pesan pada hari ke- t (Rp/hari)
 $(A_v)_t$ ongkos *setup* per sekali *setup* pada hari ke- t (Rp/hari)
 B_t $m\sigma_{1,T}$ = persediaan pengaman (*buffer stock*) (unit)
 $(C_w)_t$ ongkos administrasi fasilitas simpan per unit pada hari ke- t (Rp/unit)
 $(C_v)_t$ ongkos produksi per unit pada hari ke- t (Rp/unit)
 $(C_b)_t$ harga pembelian per unit pada hari ke- t (Rp/unit)
 $(C_s)_t$ ongkos *backorder* per unit *shortage* pada hari ke- t (Rp/hari)
 \tilde{d}_{ti} order awal hari ke- t pada minggu ke- i (unit)
 d_{ti} realisasi (aktual) permintaan hari ke- t pada minggu ke- i (unit)
 δ_{ti} delta order ($d_{ti} - \tilde{d}_{ti}$) hari ke- t pada minggu ke- i (unit)
 F_t ongkos transportasi per sekali jalan pada hari ke- t (Rp)
 r fraksi ongkos simpan (%/unit)
 μ_t rerataan dari delta permintaan hari ke- t (unit)
 σ_t standar deviasi dari delta permintaan hari ke- t (unit)
 $\sigma_{1,T}$ $\sqrt{\sum_{t=1}^T \sigma_t^2}$ = std. deviasi delta permintaan dari hari 1 hingga T (unit)
 P tingkat produksi selama hari T (unit)

- Q_t^{nCS} ukuran *batch* yang diproduksi (model non CS) pada hari ke- t (unit)
- Q_t^{CS} ukuran *batch* yang diproduksi (model dengan CS) pada hari ke- i (unit)
- S_t permintaan dengan perubahan *order* awal pada hari ke- t (unit)
- T_{maks} panjang periode maksimum dalam perencanaan produksi (hari)
- T^{nCS} periode dalam melakukan *production run* (model non CS) (hari)
- T^{CS} periode dalam melakukan *production run* (model dengan CS) (hari)
- m^{nCS} faktor pengaman (*buffer factor*) untuk model non CS (-)
- m^{CS} faktor pengaman (*buffer factor*) untuk model dengan CS (-)
- TRC^{nCS} total ongkos relevan untuk model non CS (Rp)
- TRC^{CS} total ongkos relevan untuk model dengan CS (Rp)
- $TRC_{v_{kom}}^{nCS}$ total ongkos relevan kumulatif pemasok model non CS (Rp)
- $TRC_{b_{kom}}^{nCS}$ total ongkos relevan kumulatif pamanufaktur model non CS (Rp)
- $TRC_{s_{kom}}^{nCS}$ total ongkos relevan kumulatif sistem model non CS (Rp)
- $TRC_{v_{kom}}^{CS}$ total ongkos relevan kumulatif pemasok model dengan CS (Rp)
- $TRC_{b_{kom}}^{CS}$ total ongkos relevan kumulatif pamanufaktur model non C (Rp)
- $TRC_{s_{kom}}^{CS}$ total ongkos relevan kumulatif sistem model dengan CS (Rp)
- $f_u(x)$ fungsi densitas probabilitas (*p.d.f.*) (-)
- $p_{u \geq m} = \text{prob}(u \geq m) = \int_m^\infty f_u(x) dx =$ fungsi kumulatif distribusi (*c.d.f.*) (-)
- $G_u(m) = \int_m^\infty (x - m) f_u(x) dx =$ fungsi kehilangan dis. per siklus *production run* (-)

Formulasi Model Matematik

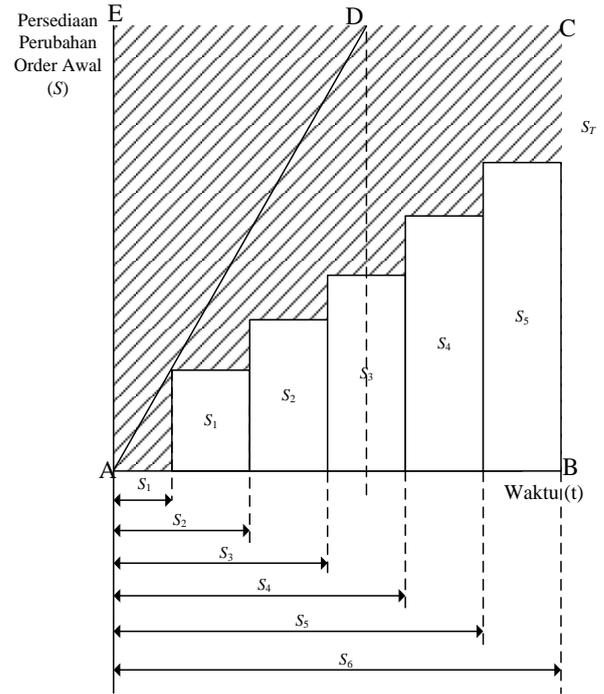
Formulasi Matematik Perubahan Order Awal

Didefinisikan perubahan *order* adalah delta, dengan notasi ($\delta_{ti} = d_{ti} - \tilde{d}_{ti}$). Maka ada tiga kemungkinan kasus yang terjadi, yaitu:

1. Bila ($d_{ti} > \tilde{d}_{ti}$) atau δ_{ti} bertanda positif (+) disebut *under production*.
2. Bila ($d_{ti} < \tilde{d}_{ti}$) atau δ_{ti} bertanda negatif (-) disebut *over production*.
3. Bila ($d_{ti} = \tilde{d}_{ti}$) atau $\delta_{ti} = 0$ (nol) maka tidak ada perubahan *order*.

Didefinisikan S_t adalah *order* awal untuk rencana produksi minggu selanjutnya yang ditambah dengan ekspektasi delta permintaan historis.

$$S_t = (\tilde{d}_t - \mu_t) \tag{1}$$



Gambar 5. Tingkat persediaan perubahan *order* awal pemasok

Jika $S_t = (\tilde{d}_t - \mu_t)$ dan $\mu_t = E[\delta_t]$ dengan teorema linearitas, S dapat ditaksir:

$$E[S_t] = \tilde{d}_t + E[\delta_t] \tag{2}$$

dengan:

$E[S_t]$ = ekspektasi permintaan dengan perubahan *order* awal, hari ke- t .

\tilde{d}_t = *order* awal pada hari ke- t .

$E[\delta_t]$ = ekspektasi dari delta *order* awal data historis pada hari ke- t .

Model Matematik Total Ongkos non Consignment Stock (nCS)

Mula-mula model matematik akan dikembangkan untuk sistem bukan *consignment stock* (*non Consignment Stock*). Pada model ini, pihak yang akan menjadi pengambil keputusan adalah pihak pemasok. Dalam hal ini pihak pemasok menjadi penentuan dalam keputusan dikarenakan sesuai tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan ukuran *batch* produksi dan *buffer stock* yang harus disediakan. Seperti telah dijelaskan sebelumnya, pada model nCS (tradisional sistem rantai pasok) ongkos simpan pemasok masih menanggung ongkos simpan pemasok tradisional yaitu ongkos produksi dan ongkos administrasi biaya simpan pemasok sehingga formulasi ongkos simpan pemasok adalah ($h_v = r(C_v + C_w)$). Model matematik total ongkos nCS adalah penjumlahan dari komponen-komponen ongkos sebagai berikut:

TRC^{nCS} = ongkos setup + ongkos transportasi + ongkos simpan pemasok + ongkos *buffer* + ongkos *backorder*

Untuk menentukan tingkat persediaan pemasok selama satu siklus, merupakan luas seluruh daerah yang diarsir – luas daerah ΔADE (pada Gambar 5) (Saraswati, [6]).

Luas daerah yang diarsir
 $= 1S_1 + 2S_2 + \dots + TS_T$
 $= \sum_{t=1}^T tS_t = \sum_{t=1}^T t(\tilde{d}_t - \mu_t)$
 Luas daerah arsir ΔADE
 $= \frac{Q_t Q_t}{2 P} = \frac{(Q_t)^2}{2P}$,
 dimana $Q_t = \sum_{t=1}^T S_t$ dan $t = 1, 2, \dots, T$

Persamaan tingkat persediaan pemasok dapat dituliskan sebagai berikut:

$$I_v = \sum_{t=1}^T tS_t - \frac{(Q_t)^2}{2P},$$

dimana $Q_t = \sum_{t=1}^T S_t$ dan $t = 1, 2, \dots, T$

$$I_v = \sum_{t=1}^T tS_t - \frac{(\sum_{t=1}^T S_t)^2}{2P},$$

$t = 1, 2, \dots, T$ (3)

Total ongkos nCS (TRC^{nCS}) yang merupakan penjumlahan dari komponen-komponen ongkos yang terkait dengan variabel T dan m adalah sebagai berikut:

$$TRC^{nCS}(T, m) = (A_v)_t + F_t + r(C_v + C_w)_t \left[\sum_{t=1}^T tS_t - \frac{(\sum_{t=1}^T S_t)^2}{2P} \right] + r(C_v + C_w)_t Tm\sigma_{1,T} + (C_s)_t \sigma_{1,T} G_u(m)$$

atau dapat ditulis kembali menjadi:

$$TRC^{nCS}(T, m) = (A_v)_t + F_t + r(C_v + C_w)_t \left[\sum_{t=1}^T tS_t - \frac{(\sum_{t=1}^T S_t)^2}{2P} + Tm\sigma_{1,T} \right] + (C_s)_t \sigma_{1,T} G_u(m)$$
 (4)

dengan:

$$\sigma_{1,T} = \sqrt{\sum_{t=1}^T \sigma_t^2} \text{ dan } G_u(m) = \int_m^\infty (x - m) f_u(x) dx$$

Model Matematik Total Ongkos dengan *Consignment Stock* (CS)

Pada model kedua, yaitu model dengan sistem CS. Pihak yang menentukan variabel keputusan tetap pada pihak pemasok. Perbedaan antara model kedua dan model pertama adalah pada model kedua untuk ongkos simpan pemasok, pemasok akan menanggung nilai suatu produk (C_v dan C_b), sedangkan pemanufaktur hanya menanggung ongkos administrasi simpan di gudang (C_w).

TRC^{CS} = ongkos setup + ongkos transportasi + ongkos simpan gudang bersama + ongkos *buffer* + ongkos *backorder*

$$TRC^{CS}(T, m) = (A_v)_t + F_t + r(C_v)_t \left[\sum_{t=1}^T tS_t - \frac{(\sum_{t=1}^T S_t)^2}{2P} \right] + r(C_b)_t Tm\sigma_{1,T} + (C_s)_t \sigma_{1,T} G_u(m)$$

atau dapat ditulis kembali menjadi:

$$TRC^{CS}(T, m) = (A_v)_t + F_t + r \left\{ (C_v)_t \left[\sum_{t=1}^T tS_t - \frac{(\sum_{t=1}^T S_t)^2}{2P} \right] + (C_b)_t Tm\sigma_{1,T} \right\} + (C_s)_t \sigma_{1,T} G_u(m)$$
 (5)

dengan:

$$\sigma_{1,T} = \sqrt{\sum_{t=1}^T \sigma_t^2} \text{ dan } G_u(m) = \int_m^\infty (x - m) f_u(x) dx$$

Pencarian Solusi

Model yang dikembangkan berjumlah dua, sehingga dalam pencarian solusi dibagi menjadi dua bagian. Pencarian solusi yang digunakan adalah dengan pendekatan heuristik untuk permintaan yang berfluktuasi, yaitu: Silver-Meal (SM) dan *Least Unit Cost* (LUC)

Properti Spesial Distribusi Normal (Silver et al. [7])

Terdapat beberapa properti spesial dari distribusi normal yang dapat dijelaskan sebagai berikut: (Silver et al. [7]).

Jika x_0 adalah variabel random normal dengan *mean* \hat{x} dan variansi σ_x^2 , maka persamaan fungsi densitas probabilitas (*p.d.f*) normal adalah:

$$f_x(x_0) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_0 - \hat{x})^2}{2\sigma_x^2}} \text{ untuk } -\infty < x_0 < \infty$$
 (6)

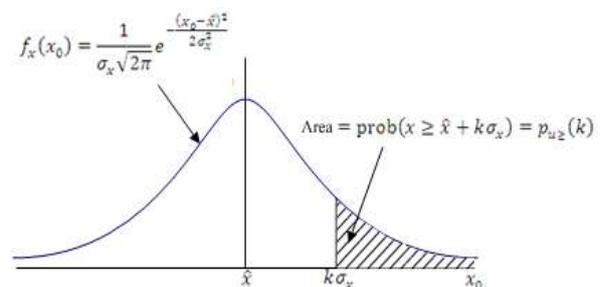
Probabilitas kumulatif distribusi (*c.d.f*), dimana variabel random u lebih besar sama dengan variabel k adalah:

$$p_{u \geq}(k) = \text{prob}(u \geq k) = \int_k^\infty f_u(u_0) du_0 = \int_k^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u_0^2}{2}} du_0$$
 (7)

$$p_{u \geq}(-k) = 1 - p_{u \geq}(k)$$
 (8)

Turunan pada persamaan (7) terhadap variabel k , adalah:

$$\frac{\partial p_{u \geq}(k)}{\partial k} = -f_u(k)$$
 (9)



Gambar 6. Distribusi Normal

Untuk menentukan fungsi kehilangan distribusi (*loss function distribution*) diberikan persamaan (10), yaitu

$$G_u(k) = \int_k^{\infty} (u_0 - k) f_u(u_0) du_0 \quad (10)$$

Persamaan (10) dapat ditulis kembali menjadi persamaan (11), yaitu:

$$G_u(k) = f_u(k) - kp_{u \geq}(k) \quad (11)$$

dengan melakukan turunan pada persamaan (11) terhadap variabel k , maka:

$$\frac{\partial G_u(k)}{\partial k} = -p_{u \geq}(k) \quad (12)$$

Menentukan Variabel m

Fungsi $TRC^{nCS}(T,m)$ dan $TRC^{CS}(T,m)$ memiliki variabel T yang diskrit dan variabel m yang kontinu. Untuk mendapatkan T^* dan m^* secara simultan sangat sulit. Langkah yang dilakukan adalah menunjukkan solusi optimal m dengan nilai T tertentu yang meminimumkan $TRC^{nCS}(T,m)$ dan $TRC^{CS}(T,m)$. Berikut langkah pencarian solusi untuk menentukan variabel m :

Dari persamaan (4) dan dengan menggunakan properti distribusi normal seperti yang telah dijelaskan di atas, maka turunan pertama TRC^{nCS} terhadap m adalah:

$$\frac{\partial TRC^{nCS}(T,m)}{\partial m} = 0$$

$$r(C_v + C_w)_t T \sigma_{1,T} - (C_s)_t \sigma_{1,T} p_{u \geq}^{nCS}(m) = 0$$

sehingga diperoleh:

$$p_{u \geq}^{nCS}(m) = \frac{r(C_v + C_w)_t T}{(C_s)_t} \quad (13)$$

Dari persamaan (5), maka turunan pertama TRC^{CS} terhadap m adalah:

$$\frac{\partial TRC^{CS}(T,m)}{\partial m} = 0$$

$$r(C_b)_t T \sigma_{1,T} - (C_s)_t \sigma_{1,T} p_{u \geq}^{CS}(m) = 0$$

sehingga diperoleh:

$$p_{u \geq}^{CS}(m) = \frac{r(C_b)_t T}{(C_s)_t} \quad (14)$$

Untuk memperoleh m (*buffer factor*) maka dapat dilakukan dengan menggunakan properti distribusi normal seperti pada penjelasan di atas atau dapat digunakan juga dengan fungsi pada Ms. Excel =NORMSINV[1 - $p_{u >}(m)$].

Menentukan Variabel T

Untuk menentukan variabel T , digunakan pendekatan heuristik SM dan LUC.

1. Model nCS

Teknik Silver-Meal

$$TRCUT^{nCS} = \frac{TRC^{nCS}(T,m)}{T} = \frac{(A_v)_t + F_t + r(C_v + C_w)_t \left[\sum_{t=1}^T t S_t - \frac{(\sum_{t=1}^T S_t)^2}{2P} + T m \sigma_{1,T} \right] + (C_s)_t \sigma_{1,T} G_u(m)}{T} \quad (15)$$

Teknik Least Unit Cost (LUC)

$$TRCUQ^{nCS} = \frac{TRC^{nCS}(T,m)}{Q_t} = \frac{(A_v)_t + F_t + r(C_v + C_w)_t \left[\sum_{t=1}^T t S_t - \frac{(\sum_{t=1}^T S_t)^2}{2P} + T m \sigma_{1,T} \right] + (C_s)_t \sigma_{1,T} G_u(m)}{\sum_{t=1}^T S_t} \quad (16)$$

2. Model CS

Teknik Silver-Meal

$$TRCUT^{CS} = \frac{TRC^{CS}(T,m)}{T} = \frac{(A_v)_t + F_t + r \left\{ (C_v)_t \left[\sum_{t=1}^T t S_t - \frac{(\sum_{t=1}^T S_t)^2}{2P} \right] + (C_b)_t T m \sigma_{1,T} \right\} + (C_s)_t \sigma_{1,T} G_u(m)}{T} \quad (17)$$

Teknik Least Unit Cost (LUC)

$$TRCUQ^{CS} = \frac{TRC^{CS}(T,m)}{Q_t} = \frac{(A_v)_t + F_t + r \left\{ (C_v)_t \left[\sum_{t=1}^T t S_t - \frac{(\sum_{t=1}^T S_t)^2}{2P} \right] + (C_b)_t T m \sigma_{1,T} \right\} + (C_s)_t \sigma_{1,T} G_u(m)}{\sum_{t=1}^T S_t} \quad (18)$$

Menentukan Total Ongkos Kumulatif

Setelah memperoleh T^* dan m^{**} (pers. 6-11) maka selanjutnya adalah menentukan total ongkos kumulatif dengan menggunakan persamaan di bawah ini (Wangsa, [10]). Perlu diperhatikan bahwa formula di bawah ini hanya digunakan menghitung total ongkos kumulatif berdasarkan solusi optimal yang telah diperoleh pada persamaan (13–18) bukan untuk optimisasi lagi.

1. Model nCS

Pemasok

$$TRC_{v_kom}^{nCS} = \sum_{t=1}^{T^*nCS} \{ (A_v + F)_t \xi(Q_t^{nCS}) + r(C_v + C_w)_t [(I_v^+)_t] + (C_s)_t [(I_v^-)_t] \} \quad (19)$$

Pembatas

$$[(I_v^+)_t]_{t-1} - [(I_v^-)_t]_{t-1} + Q_t^{nCS} + B_t - S_t = [(I_v^+)_t] - [(I_v^-)_t] \quad (20)$$

$$(I_v^+)_t; (I_v^-)_t; Q_t^{nCS}; B_t; S_t \geq 0 \quad (21)$$

$$\xi(Q_t^{nCS}) = \begin{cases} 1 & \text{jika } Q_t^{nCS} > 0 \\ 0 & \text{jika } Q_t^{nCS} \leq 0 \end{cases} \quad (22)$$

Pemanufaktur

$$TRC_{b_kom}^{nCS} = \sum_{t=1}^{T^*nCS} \left\{ (A_p + A_r)_t \xi(Q_t^{nCS}) + r(C_b + C_w)_t [(I_b)_t] \right\} \quad (23)$$

Pembatas

$$(I_b)_{t-1} + Q_t^{nCS} - S_t = (I_b)_t \quad (24)$$

$$(I_b)_t; Q_t^{nCS}; S_t \geq 0 \quad (25)$$

$$\xi(Q_t^{nCS}) = \begin{cases} 1 & \text{jika } Q_t^{nCS} > 0 \\ 0 & \text{jika } Q_t^{nCS} \leq 0 \end{cases} \quad (26)$$

Sistem

$$TRC_{s,kom}^{nCS} = TRC_{v,kom}^{nCS} + TRC_{b,kom}^{nCS} \quad (27)$$

2. Model CS

Pemasok

$$TRC_{v,kom}^{CS} = \sum_{t=1}^{T^{*CS}} \{(A_v + F)_t \xi(Q_t^{CS}) + r(C_v)_t [(I_v^+)_t] + (C_b)_t B_t\} + (C_s)_t [(I_v^-)_t] \quad (28)$$

Pembatas

$$[(I_v^+)_t - (I_v^-)_t] + Q_t^{CS} - S_t = [(I_v^+)_t - (I_v^-)_t] \quad (29)$$

$$B_{t-1} + m^{*CS} \sigma_{1,T} = B_t \quad (30)$$

$$(I_v^+)_t; (I_v^-)_t; Q_t^{CS}; B_t; S_t \geq 0 \quad (31)$$

$$\xi(Q_t^{CS}) = \begin{cases} 1 & \text{jika } Q_t^{CS} > 0 \\ 0 & \text{jika } Q_t^{CS} \leq 0 \end{cases} \quad (32)$$

Pemanufaktur

$$TRC_{b,kom}^{CS} = \sum_{t=1}^{T^{*CS}} \{(A_p + A_r)_t \xi(Q_t^{CS}) + r(C_w)_t [(I_b)_t]\} \quad (33)$$

Pembatas

$$(I_b)_{t-1} + Q_t^{CS} - S_t = (I_b)_t \quad (34)$$

$$(I_b)_t; Q_t^{CS}; S_t \geq 0 \quad (35)$$

$$\xi(Q_t^{CS}) = \begin{cases} 1 & \text{jika } Q_t^{CS} > 0 \\ 0 & \text{jika } Q_t^{CS} \leq 0 \end{cases} \quad (36)$$

Sistem

$$TRC_{s,kom}^{CS} = TRC_{v,kom}^{CS} + TRC_{b,kom}^{CS} \quad (37)$$

Algoritma Pencarian Solusi

Untuk pemecahan solusi, dibangun algoritma pencarian solusi yang dikembangkan berdasarkan algoritma SM dan LUC (Tersine, [8]) yang dimodifikasi (Wangsa, [10]).

Algoritma 1 (Model nCS)

- Langkah 1 : Tetapkan T_{maks} , lanjut ke langkah (2).
 Langkah 2 : Mulai $T^{nCS} = 1$ dan tetapkan untuk $TRCUT^{nCS}(0, m_{[0]}) = \infty$ dan $TRCUQ^{nCS}(0, m_{[0]}) = \infty$ kemudian lanjut ke langkah (3).
 Langkah 3 : Tentukan $p_{u \geq}^{nCS}(m)$ dengan persamaan (13) dan tentukan m dan *Service Level* (%) dengan menggunakan properti distribusi normal.

Langkah 4 : Substitusi T^{nCS} , m^{*nCS} dan $G_u(m^{*nCS})$ kemudian hitung $TRCUT^{nCS}(T, m^*)$ pada persamaan (15) dan $TRCUQ^{nCS}(T, m^*)$ pada persamaan (16).

Langkah 5 : Jika $TRCUT^{nCS}(T, m^*[T]) \leq TRCUT^{nCS}(T-1, m^*[T-1])$ ke langkah (6), jika tidak ke langkah (7). Hal yang sama dengan LUC.

Langkah 6 : Tetapkan $T^{nCS} = T^{nCS} + 1$ dan kembali ke langkah (3).

Langkah 7 : Maka $(T^{*nCS}_{[m^{**}], m^{**}}) = (T^{nCS}-1, m^*[T-1])$, dan $(T^{*nCS}_{[m^{**}], m^{**}})$ adalah solusi terbaik untuk m^{**} dan $T^{*nCS}_{[m^{**}]}$, kemudian lanjut ke langkah (8).

Langkah 8 : Gunakan solusi terbaik $T^{*nCS}_{[m^{**}]}$ dan m^{**} , kemudian tentukan ukuran *batch* produksi (Q_T^{nCS}) dan *buffer stock* (B_T^{nCS}) dengan menggunakan formulasi (19 – 27).

Langkah 9 : Setelah diperoleh ukuran *batch* produksi (Q_T^{nCS}) dan *buffer stock* (B_T^{nCS}) kemudian hitung $TRC_{v,kom}^{nCS}$, $TRC_{b,kom}^{nCS}$ dan $TRC_{s,kom}^{nCS}$.

Langkah 10: Maka solusi terbaik adalah sebagai berikut: $[T^{*nCS} = (T - 1)]$; $[m^{**nCS} = m^{**}_{(T-1)}]$; $[Q_T^{nCS} = Q_{(T-1); m^{**}_{(T-1)}}]$; dan $[B_T^{nCS} = B_{(T-1); m^{**}_{(T-1)}}]$.

Langkah 11: Tentukan *production run* selanjutnya, hingga $T_{maks} - \sum T^{*nCS} = 0$.

Algoritma 2 (Model CS)

Langkah 1 : Tetapkan T_{maks} , lanjut ke langkah (2).

Langkah 2 : Mulai $T^{CS} = 1$ dan tetapkan untuk $TRCUT^{CS}(0, m_{[0]}) = \infty$ dan $TRCUQ^{CS}(0, m_{[0]}) = \infty$ kemudian lanjut ke langkah (3).

Langkah 3 : Tentukan $p_{u \geq}^{CS}(m)$ dengan persamaan (14) dan tentukan m dan *Service Level* (%) dengan menggunakan properti distribusi normal.

Langkah 4 : Substitusi T^{CS} , m^{*CS} dan $G_u(m^{*CS})$ kemudian hitung $TRCUT^{CS}(T, m^*)$ pada persamaan (17) dan $TRCUQ^{CS}(T, m^*)$ pada persamaan (18).

Langkah 5 : Jika $TRCUT^{CS}(T, m^*[T]) \leq TRCUT^{CS}(T-1, m^*[T-1])$ ke langkah (6), jika tidak ke langkah (7). Hal yang sama dengan LUC.

Langkah 6 : Tetapkan $T^{CS} = T^{CS} + 1$ dan kembali ke langkah (3).

Langkah 7 : Maka $(T^{*CS}_{[m^{**}], m^{**}}) = (T^{CS}-1, m^*[T-1])$, dan $(T^{*CS}_{[m^{**}], m^{**}})$ adalah solusi terbaik untuk m^{**} dan $T^{*CS}_{[m^{**}]}$, kemudian lanjut ke langkah (8).

Langkah 8 : Gunakan solusi terbaik $T^{*CS}_{[m^{**}]}$ dan m^{**} , kemudian tentukan ukuran *batch* produksi (Q_T^{CS}) dan *buffer stock* (B_T^{CS}) dengan menggunakan formula (28 – 37)

Langkah 9 : Setelah diperoleh ukuran *batch* produksi (Q_T^{CS}) dan *buffer stock* (B_T^{CS}) kemudian hitung $TRC_{v,kom}^{CS}$, $TRC_{b,kom}^{CS}$ dan $TRC_{s,kom}^{CS}$.

Langkah 10: Maka solusi terbaik adalah sebagai berikut: $[T^{*CS} = (T - 1)]$; $[m^{**CS} = m^{**}_{(T-1)}]$; $[Q_T^{CS} = Q_{(T-1);m^{**}_{(T-1)}}]$; dan $[B_T^{CS} = B_{(T-1);m^{**}_{(T-1)}}]$.

Langkah 11: Tentukan *production run* selanjutnya, hingga $T_{maks} - \sum T^{*CS} = 0$.

Hasil dan Pembahasan

Pada bagian ini diberikan data untuk menguji model yang dibangun. Data historis permintaan diberikan untuk 7 minggu dan 1 minggu rencana (*order*) awal untuk minggu ke-8. Adapun nilai parameter ongkos dan data produksi adalah sebagai berikut: panjang periode maksimum (T_{maks}) = 5 hari, ongkos *setup* (A_v) = Rp 200.000/*setup*, ongkos transportasi (F) = Rp 50.000/jalan, ongkos administrasi pemesanan (A_p) = Rp 90.000/pesan, ongkos *unloading* (A_r) = Rp 10.000/pesan, ongkos produksi (C_i) = Rp 20.000/unit, harga pembelian (C_b) = Rp 25.000/unit, ongkos administrasi fasilitas simpan (C_w) = Rp 10.000/unit, fraksi ongkos simpan (r) = 1,00%/unit/hari, ongkos *backorder* (C_s) = Rp 50.000/unit dan laju produksi (P) = Rp 3000 unit.

Data permintaan (*order* dan aktual) serta rencana produksi minggu selanjutnya diberikan pada Tabel 1(a) dan (b). Data rencana (*order* awal) produksi minggu ke-8 diberikan pada Tabel 2.

Tabel 1. Data historis permintaan minggu pertama hingga minggu ke-7

a) Data *order* awal

Hari	Order awal (\bar{d}_{ti})						
	\bar{d}_{t1}	\bar{d}_{t2}	\bar{d}_{t3}	\bar{d}_{t4}	\bar{d}_{t5}	\bar{d}_{t6}	\bar{d}_{t7}
Senin	120	120	120	60	420	0	120
Selasa	120	60	120	180	240	180	300
Rabu	0	180	60	240	480	180	240
Kamis	60	180	120	60	120	180	180
Jumat	180	60	0	180	420	240	120

b). Data realisasi permintaan

Hari	Realisasi permintaan (d_{ti})						
	d_{t1}	d_{t2}	d_{t3}	d_{t4}	d_{t5}	d_{t6}	d_{t7}
Senin	300	180	180	240	120	0	300
Selasa	360	300	180	0	1080	360	240
Rabu	0	240	180	180	480	360	180
Kamis	180	120	120	260	480	300	300
Jumat	300	180	0	180	420	120	120

Tabel 2. Data rencana (*order* awal)

produksi minggu ke-8	
Hari	\bar{d}_{t8}
Senin	180
Selasa	180
Rabu	240
Kamis	240
Jumat	0

Berikut adalah hasil dan perbandingan antara dua model yang dikembangkan:

Dari hasil Tabel (5–7) dapat dijelaskan sebagai berikut: hasil model nCS menghasilkan jumlah *production run* yang sama antara metoda SM dan LUC, yaitu $T = 3$. Ukuran *batch* produksi dengan pendekatan SM untuk *production run* pertama adalah 231,43 unit (hanya hari Senin), untuk *production run* kedua sebesar 642,96 unit (produksi untuk Selasa dan Rabu) dan kemudian *production run* ketiga adalah 380,00 unit (hari Kamis dan Jumat) dan ketiga hasil ukuran *batch* tersebut tidak melebihi kapasitas produksi yaitu sebesar 3.000 unit. *Buffer stock production run* pertama, kedua dan ketiga berturut-turut sebesar adalah 430,11 unit (hari Senin); 767,23 unit (Selasa dan Rabu) dan 359,12 (Kamis dan Jumat).

Pada model nCS dengan menggunakan LUC, (pada Tabel 5) memperlihatkan ukuran *batch* pada *production run* pertama sebesar 874,29,43 unit (dilakukan mulai hari Senin hingga Rabu), untuk *production run* kedua sebesar 362,86 unit (hanya Kamis) dan *production run* ketiga adalah 17,14 unit (hanya Jumat). *Buffer stock production run* pertama, kedua dan ketiga berturut-turut sebesar adalah 798,09 unit (3 hari); 341,29 unit (Kamis) dan 208,03 unit (Jumat).

Total ongkos kumulatif nCS dengan menggunakan LUC (Tabel 7) yang terdiri dari komponen ongkos pemasok dan pamanufaktur. Total ongkos simpan pemasok selama 1 minggu sebesar Rp 1.739.467,24, total ongkos *setup* pemasok sebesar Rp 600.000,00 (3 kali *production run*), total ongkos transportasi sebesar Rp 150.000,00 (3 kali kirim) dan total ongkos *backorder* pemasok sebesar Rp 145.242,05. Total ongkos kumulatif pemasok adalah sebesar Rp 2.634.709,29. Pada komponen ongkos pamanufaktur adalah ongkos simpan pamanufaktur sebesar Rp 321.002,50 dan ongkos pesan pamanufaktur sebesar Rp 300.000,00 (3 kali pemesanan) sehingga total ongkos kumulatif pamanufaktur sebesar Rp 621.002,50. Total ongkos kumulatif sistem untuk model nCS dengan metoda SM adalah Rp 3.255.711,79.

Langkah Inisialisasi Awal

Langkah 1: Tentukan delta permintaan ($\delta_{ti} = d_{ti} - \tilde{d}_{ti}$) berdasarkan data historis.

Tabel 3. Delta permintaan

Hari	Delta permintaan (δ_{ti})							μ_t	σ_t
	δ_{t1}	δ_{t2}	δ_{t3}	δ_{t4}	δ_{t5}	δ_{t6}	δ_{t7}		
Senin	180	60	60	180	-300	0	180	51,43	171,21
Selasa	240	240	60	-180	840	180	-60	188,57	327,59
Rabu	0	60	120	-60	0	180	-60	34,29	90,71
Kamis	120	-60	0	200	360	120	120	122,86	135,86
Jumat	120	120	0	0	0	-120	0	17,14	82,81

Langkah 2: Menentukan permintaan dengan perubahan *order* awal $S_t = (\tilde{d}_t - \mu_t)$.

Tabel 4. Permintaan dengan perubahan *order* awal (S_i) dan rencana produksi

Hari	Permintaan dengan perubahan <i>order</i> awal (S_{ti})							Rencana prod. (S_{ts})
	S_{t1}	S_{t2}	S_{t3}	S_{t4}	S_{t5}	S_{t6}	S_{t7}	
Senin	171,43	171,43	171,43	111,43	471,43	51,43	171,43	231,43
Selasa	308,57	248,57	308,57	368,57	428,57	368,57	488,57	368,57
Rabu	34,29	214,29	94,29	274,29	514,29	214,29	274,29	274,29
Kamis	182,86	302,86	242,86	182,86	242,86	302,86	302,86	362,86
Jumat	197,14	77,14	17,14	197,14	437,14	257,14	137,14	17,14

Tabel 5. Perbandingan jadwal produksi dan pengiriman untuk rencana produksi minggu ke-8 antara model nCS dan model CS

Variabel	Model nCS		Model CS	
	Silver-Meal	<i>Least unit cost</i>	Silver-Meal	<i>Least unit cost</i>
<i>Production run length</i>	$T^{nCS} = 3$ $T_1 = \text{Senin}$ $T_2 = \text{Selasa dan Rabu}$ $T_3 = \text{Kamis dan Jumat}$	$T^{nCS} = 3$ $T_1 = \text{Senin - Rabu}$ $T_2 = \text{Kamis}$ $T_3 = \text{Jumat}$	$T^{CS} = 3$ $T_1 = \text{Senin}$ $T_2 = \text{Selasa dan Rabu}$ $T_3 = \text{Kamis dan Jumat}$	$T^{CS} = 2$ $T_1 = \text{Senin - Kamis}$ $T_2 = \text{Jumat}$
<i>Buffer factor</i>	$m^{**nCS} = 3$ $m_1 = 2,51214$ $m_2 = 2,25713$ $m_3 = 2,25713$	$m^{**nCS} = 3$ $m_1 = 2,09693$ $m_2 = 2,51214$ $m_3 = 2,51214$	$m^{**CS} = 3$ $m_1 = 2,57583$ $m_2 = 2,32635$ $m_3 = 2,32635$	$m^{**CS} = 2$ $m_1 = 2,05375$ $m_2 = 2,57583$
Uk. <i>batch</i> produksi	$Q_1^{nCS} = 231,43$ unit $Q_2^{nCS} = 642,86$ unit $Q_3^{nCS} = 380,00$ unit	$Q_1^{nCS} = 874,29$ unit $Q_2^{nCS} = 362,86$ unit $Q_3^{nCS} = 17,14$ unit	$Q_1^{CS} = 231,43$ unit $Q_2^{CS} = 642,86$ unit $Q_3^{CS} = 380,00$ unit	$Q_1^{CS} = 1.237,15$ unit $Q_2^{CS} = 17,14$ unit
<i>Buffer stock</i>	$B_1 = 430,11$ unit $B_2 = 767,23$ unit $B_3 = 359,12$ unit	$B_1 = 798,09$ unit $B_2 = 341,29$ unit $B_3 = 208,03$ unit	$B_1 = 441,02$ unit $B_2 = 790,76$ unit $B_3 = 370,13$ unit	$B_1 = 829,96$ unit $B_2 = 213,30$ unit

Tabel 6. Perbandingan jumlah dari suatu komponen pada pemasok dan pamanufaktur (dalam satuan unit)

Komponen	Model nCS		Model CS	
	Silver-Meal	<i>Least unit cost</i>	Silver-Meal	<i>Least unit cost</i>
Pemasok				
Ukuran <i>batch</i> produksi	1254,29	1254,29	1254,29	1254,29
<i>Buffer stock</i>	1556,47	1347,41	1601,91	1043,26
Inventori Akhir	6229,18	5798,22	6399,84	6368,85
<i>Backorder</i>	2,40	2,90	1,96	3,09
Pemanufaktur				
Ukuran <i>lot</i> pemesanan	1254,29	1254,29	1254,29	1254,29
Inventori akhir	291,43	917,15	291,43	2005,73

Tabel 7. Perbandingan ongkos antara model nCS dan model CS (xRp1000)

Komponen ongkos	Model nCS		Model CS	
	Silver-Meal	<i>Least unit cost</i>	Silver-Meal	<i>Least unit cost</i>
Simpan pemasok	1868,75	1739,46	1585,38	1491,92
<i>Setup</i> pemasok	600,00	600,00	600,00	400,00
Transportasi pemasok	150,00	150,00	150,00	100,00
<i>Backorder</i> pemasok	120,02	145,24	98,08	154,92
Total ongkos pemasok	2738,77	2634,70	2433,46	2146,84
Simpan pamanufaktur	102,00	321,00	29,14	200,57
Pesan pamanufaktur	300,00	300,00	300,00	200,00
Total ongkos pamanufaktur	402,00	621,00	329,14	400,57
Total ongkos sistem	3140,77	3255,70	2762,60	2547,41

Tabel 8. Perbandingan ongkos simpan pemasok antara nCS-SM dan CS-SM

Pemasok	Satuan	nCS-SM	CS-SM
Buffer stock	Unit	1556,47	1601,91
Inventori akhir	Unit	6229,18	6.399,84
Total buffer stock & inventori akhir	Unit	7785,65	8001,75
Ongkos simpan Pemasok	Rp	1.868.753,96	1.585.388,19
Ongkos simpan Pemasok dibagi	Rp /unit	240,03	198,13
Total buffer stock & inventori akhir			

Tabel 9. Persentase penghematan ongkos antara model nCS dan model CS

Komponen ongkos	Silver-Meal*	Least unit cost**
Simpan pemasok	15,16%	14,23%
Setup pemasok	0,00%	33,33%
Transportasi pemasok	0,00%	33,33%
Backorder pemasok	18,28%	-6,66%
Total ongkos pemasok	11,15%	18,52%
Simpan pamanufaktur	71,43%	37,52%
Pesan pamanufaktur	0,00%	33,33%
Total ongkos Pemanufaktur	18,12%	35,50%
Total ongkos sistem	12,04%	21,76%

*) % = $[(TRC^{nCS_{SM}} - TRC^{CS_{SM}}) / TRC^{nCS_{SM}}] \times 100\%$

***) % = $[(TRC^{nCS_{LUC}} - TRC^{CS_{LUC}}) / TRC^{nCS_{LUC}}] \times 100\%$

Beberapa hasil temuan menarik dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

Hasil pada model CS, untuk metoda SM menghasilkan 3 kali *production run* sedangkan metoda LUC menghasilkan 2 kali *production run* (Tabel 5). Ditemukan bahwa total ongkos kumulatif pada model CS jauh lebih hemat dibandingkan model nCS. Pada Tabel 7 dapat diamati pada model CS dengan metoda SM untuk biaya simpan pemasok (terdiri dari biaya simpan dan *buffer stock*) terjadi selisih yang lebih hemat dibandingkan model nCS dengan metoda SM (yaitu selisih Rp 283.365,76). Padahal jika kita amati pada Tabel 6, total dari persediaan akhir dan *buffer stock* dari CS lebih besar daripada nCS. Setelah dilakukan analisa, hal tersebut dapat terjadi demikian dikarenakan bahwa pemasok pada model CS menanggung dari ongkos produk saja berbeda dengan model nCS, pemasok masih menanggung ongkos produksi dan ongkos administrasi penyimpanan di gudang (ilustrasi pada Tabel 8).

Besar penghematan ditunjukkan pada Tabel 8. Bila menggunakan metoda SM, ongkos simpan pemasok akan menghemat sebesar 15,16%; pada ongkos *setup* dan ongkos transportasi pemasok tidak ada penghematan (0,00%), ongkos *backorder* pemasok menghemat sebesar 18,28%, sehingga penghematan

dari sisi total ongkos pemasok sebesar 11,15%. Pada ongkos simpan pamanufaktur menghemat sebesar 71,43% dan ongkos pemesanan pamanufaktur tidak terjadi penghematan (0,00%) serta total penghematan pada pamanufaktur sebesar 18,12%. Penghematan pada total ongkos sistem adalah 12,04%. Hasil penghematan lebih besar diberikan bilamana menggunakan metoda LUC. Adapun besar penghematan dengan menggunakan model CS dibandingkan model nCS dengan metoda LUC, adalah sebagai berikut: pada ongkos simpan pemasok menghemat sebesar 14,16%; ongkos *setup* dan ongkos transportasi pemasok = 33,33% (menghemat 1 kali *production run*), pada ongkos *backorder* pemasok justru tidak memberikan penghematan (-6,66%), maka total penghematan pada pemasok sebesar 18,52%. Pada ongkos simpan pamanufaktur menghemat sebesar 37,52% dan ongkos pemesanan pamanufaktur menghemat sebesar 33,33% (menghemat 1 kali pemesanan), maka total penghematan pada pamanufaktur sebesar 35,50%. Penghematan pada total ongkos sistem adalah 21,76%.

Analisis Sensitivitas

Untuk melakukan evaluasi model yang dikembangkan, selanjutnya dilakukan pengujian (eksperimen) dengan perubahan *coefficient variation* (CV) berdasarkan data historis minggu pertama hingga minggu ke-7. CV merupakan perbandingan antara standar deviasi dan rata-rata.

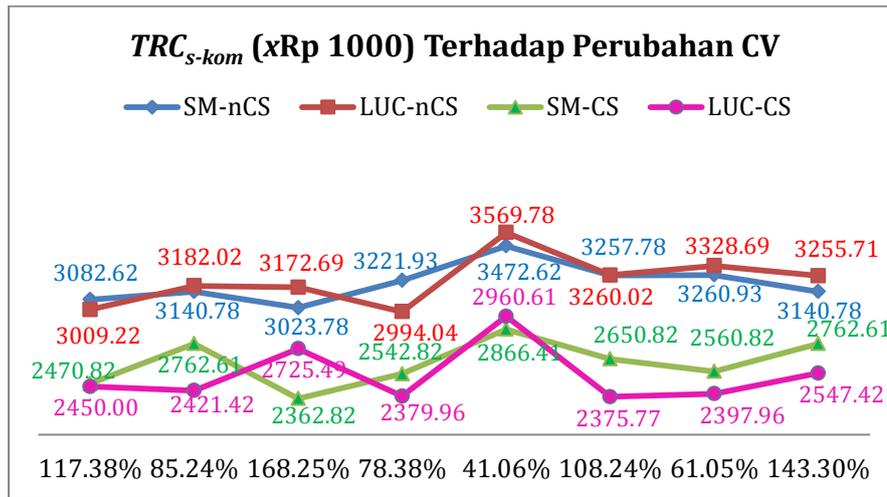
$$CV_t = \frac{\sigma_t}{\mu_t} \tag{38}$$

Eksperimen dilakukan dengan menggunakan data historis *order* awal dan realisasi permintaan. Dari hasil pengujian sensitivitas perubahan CV, dapat disimpulkan sebagai berikut:

Model CS lebih baik dibandingkan dengan model nCS. Setelah CV diurutkan mulai dari terkecil hingga terbesar, terjadi kecenderungan total ongkos relevan menjadi lebih kecil (lebih hemat) dari kedua metoda SM dan LUC. Untuk lebih jelasnya dapat diperhatikan Gambar 7.

Simpulan

Penelitian ini telah berhasil mengembangkan model penentuan ukuran *batch* produksi dan *buffer stock* pada sistem CS dengan melibatkan informasi dari perubahan *order* awal yang berfluktuatif. Pemecahan solusi dari dua model yang dikembangkan menggunakan metoda heuristik SM dan LUC. Pengembangan model yang dikembangkan berdasarkan model dasar Pujawan dan Silver [5]. Pada model Pujawan dan Silver [5] belum mempertim-



Gambar 7. Evaluasi total ongkos relevan sistem (x Rp 1000) dari minggu ke-1 hingga minggu ke-7 (setelah diurutkan CV mulai terkecil hingga terbesar)

bangkan perubahan *order* dan ongkos *backorder*. Dari hasil pengujian sensitivitas atas perubahan CV, dapat disimpulkan bahwa model CS lebih memberikan penghematan dibandingkan model pertama (model nCS), dan hasil tersebut akan berlaku secara umum dengan batasan dan asumsi yang digunakan dalam penelitian ini.

Penelitian selanjutnya dapat dikembangkan dengan mempertimbangkan terjadinya penurunan kinerja akibat proses produksi yang tidak sempurna dan juga mempertimbangkan proses inspeksi.

Daftar Pustaka

1. Lee, H. L., and Whang, S., Information Sharing in a Supply Chain, *Research Paper No. 1549, Research Paper Series*, Graduate School of Business, Stanford University, 1998.
2. Pujawan, I. N., Schedule Nervousness in A Manufacturing System: A Case Study, *Production Planning & Control*, Taylor & Francis, 15(5), 2004, pp. 515–524.
3. Pujawan, I. N., The Effect of Lot Sizing Rules on Order Variability, *European Journal of Operational Research*, 159, 2004, pp. 617–635.
4. Pujawan, I. N., *Supply Chain Management*, Guna Widya, Surabaya, 2005.
5. Pujawan, I. N., and Silver, E. A., Augmenting the Lot Sizing Order Quantity When Demand is Probabilistic, *European Journal of Operational Research*, 188, 2008, pp. 705–722.
6. Saraswati, D., Cakravastia, A.R., Iskandar, B. I., and Halim, A. H., Model Penentuan Ukuran Lot Produksi dengan Pola Permintaan Berfluktuasi, *Jurnal Teknik Industri*, 11(2), 2009, pp. 122–133.
7. Silver, E. A., Pyke, D. F., and Peterson, R., *Inventory Management and Production Planning and Scheduling 3rd ed.*, John Wiley & Sons, New York, 1998.
8. Tersine, R. J., *Principles of Inventory and Materials Management*, New York, North Holland, 1994.
9. Valentini, G., and Zavanella, L., The Consignment Stock of Inventories: Industrial Case and Performance Analysis, *International Journal of Production Economics*, 81-82, 2003, pp. 215-224.
10. Wangsa, I. D., *Penentuan Ukuran Batch dan Buffer Stock dengan Mempertimbangkan Perubahan Order Awal*, Tesis Magister, Bidang Khusus Rekayasa Sistem Manufaktur, Program Studi Teknik dan Manajemen Industri, Institut Teknologi Bandung, 2012.