PEMODELAN PEMROGRAMAN LINIER DENGAN KOEFISIEN FUNGSI OBJEKTIF BERBENTUK BILANGAN KABUR SEGITIGA DAN KENDALA KABUR BESERTA USULAN SOLUSINYA

Sani Susanto[1)], Dedy Suryadi[2)], Hari Adianto[3)], dan YMK Aritonang[4)]
[1,2,4)]Kelompok Bidang Ilmu Management Science, Jurusan Teknik Industri, Fakultas Teknologi Industri,Universitas Katolik Parahyangan
Jl. Ciumbuleuit 94, Bandung – 40141, Tlp/Fax: (022) 232700
E-mail: [1)]ssusanto@home.unpar.ac.id, [2)]dedy@home.unpar.ac.id, [4)]kinley@home.unpar.ac.id
[3)]Jurusan Teknik Industri, Institut Teknologi Nasional
Jl. Penghulu H. Hasan Mustofa 23, Bandung – 40192
Tlp/Fax: (022) 7272215 Fax: (022)7202892
E-mail: [3)]hari@itenas.ac.id

ABSTRAK

Model Pemrograman Linear (MPL) memiliki sebuah fungsi objektif dan satu atau lebih kendala. Pada fungsi objektif terdapat parameter yang disebut koefisien fungsi objektif (*objective function coefficients*). Koefisien fungsi objektif menggambarkan kontribusi satu satuan variabel keputusan terhadap nilai fungsi objektif. Koefisien fungsi objektif yang selama ini dikenal dalam pembahasan MPL bersifat tegas (*crisp*)., demikian pula dengan kendala. Tulisan ini membahas suatu pendekatan terhadap perumusan dan penyelesaian MPL dalam hal koefisien fungsi objektifnya berbentuk bilangan kabur segitiga (*triangular fuzzy number*) dan kendalanyapun bersifat kabur.

Kata kunci: model pemrograman linear, parameter pemrograman linear, bilangan kabur, koefisien fungsi objektif, bilangan kabur segitiga, kendala kabur.

ABSTRACT

Linear Programming Model consists of one objective function and at least one constraint. The parameters in the objective function are called objective function coefficients*. Objective function coefficients represent the contribution of one unit of its corresponding decision variable to the objective function value. The exist objective function as well as its constraints in the linear programming model are characterized as crisp. Such assumptions are often considered as unrealistic. This research models and solves the Linear Programming Model in the case where objective function coefficients are in the form of triangular fuzzy number and the constraints are fuzzy as well.*

Keywords: *linear programming model, linear programming parameter, fuzzy number, objective function coefficient, fuzzy triangular number, fuzzy constraint.*

1. PENDAHULUAN

Sejak dikembangkan oleh George Dantzig pada tahun 1947, Model Pemrograman Linear (MPL) telah digunakan dalam pemecahan masalah optimasi di pelbagai sektor industri dan jasa. Bahkan survey kepada perusahaan-perusahaan yang pernah dilakukan oleh Fortune 500 menunjukkan 85% dari respondennya menggunakan MPL (Winston, 2003).

MPL tersusun atas dua komponen utama yaitu **fungsi objektif** dan **kendala**. Fungsi objektif berkaitan dengan tujuan yang hendak dicapai. Fungsi ini akan dimaksimumkan misalnya bila menyatakan keuntungan, atau diminimumkan bila berkaitan dengan ongkos produksi yang harus dikeluarkan. Fungsi objektif adalah fungsi dari beberapa variabel yang disebut **variabel keputusan**. Pada realitanya keseluruhan variabel keputusan ini harus memenuhi satu set pertidaksamaan yang disebut **kendala**.

Setiap MPL memiliki 3 buah parameter, yaitu **koefisien fungsi objektif** (*objective function coefficient* atau KFO) yang terdapat pada fungsi objektif, serta **koefisien teknologi** (*technological coefficient*) dan **koefisien ruas kanan** (*right-hand side coefficient*) yang keduanya terdapat pada kendala. KFO yang selama ini dikenal dalam pembahasan MPL bersifat tegas (*crisp*), demikian pula halnya dengan kendala. MPL dengan kendala kabur (*fuzzy*) telah dikembangkan Wang (1997) dan Susanto (1999). Sedangkan MPL dengan KFO kabur telah dikembangkan Wang (1997) dan Susanto dan Adianto (2005). Tulisan ini akan membahas pengembangan MPL untuk kasus KFO kabur *dan* kendala kabur.

2. LANDASAN TEORI

Pemodelan Pemrograman Linear dengan KFO kabur dan kendala kabur memerlukan beberapa konsep sebagai landasan teorinya. Konsep yang dimaksud meliputi bentuk umum MPL, asumsi pada MPL, bilangan kabur serta kendala kabur. Berikut ini adalah pembahasannya.

2.1 Bentuk Umum MPL dan Asumsinya

Secara ringkas MPL beserta kedua komponen utama (fungsi objektif dan kendala) dan ketiga parameternya (KFO, *koefisien teknologi* serta *ruas kanan*) dapat dimodelkan sebagai berikut:

$$\text{maksimasi } \mathbf{cx} = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{1}$$

$$\text{terhadap kendala } \mathbf{Ax} \le \mathbf{b} \tag{2}$$

$$\mathbf{x} \ge \mathbf{0} \tag{3}$$

(Catatan: “maksimasi” dapat diubah jadi “minimasi”, dan “$\le$” pada (2) dapat diubah menjadi “$\ge$” atau “=”)

Pada model (1)-(3) di atas:

- vektor $\mathbf{x} = (x_1 \;\cdots\; x_j \;\cdots\; x_n)^T$ disebut *vektor keputusan*, sedangkan x_j disebut *variabel keputusan* ke-j,
- vektor baris $\mathbf{c} = (c_1 \;\cdots\; c_j \;\cdots\; c_n)$ disebut *vektor koefisien fungsi objektif*, sedangkan c_j adalah *koefisien fungsi objektif* (**KFO**) dari *variabel keputusan* ke-j
- $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{mxn}$ adalah *matriks koefisien teknologi*, sedangkan a_{ij} adalah *koefisien teknologi* dari *variabel keputusan* ke-j pada kendala ke-i,
- vektor $\mathbf{b} = (b_1 \;\cdots\; b_i \;\cdots\; b_m)^T$ disebut *vektor ruas kanan*, sedangkan b_i adalah *koefisien ruas kanan* pada kendala ke-i
- j = 1,2,…,n (n = jumlah kendala), dan i =1,2,...,m (m = jumlah variabel keputusan)

Salah satu asumsi yang harus dipenuhi oleh suatu MPL adalah Asumsi Ketertentuan (*Certainty Assumption*). (Winston, 2004). Asumsi ini menuntut tertentunya nilai semua parameter pada MPL. Tulisan ini ditujukan bagi perumusan MPL dalam hal;

– asumsi ketertentuan tidak dipenuhi, lebih spesifik lagi, dalam hal parameter KFO tidak memenuhi Asumsi Ketertentuan, serta
– kendala bersifat kabur

Untuk itu, terlebih dahulu dibahas konsep **bilangan kabur** serta konsep **kendala kabur.**

2.2 Bilangan Kabur dan Pemrograman Linear dengan Koefisien Fungsi Objektif Kabur

Ketika kita berbicara tentang jumlah roda pada jumlah jendela pada suatu mobil sedan, kita dihadapkan pada jumlah yang sudah tertentu, yaitu **tepat** 4 (empat) buah. Sangat berbeda halnya ketika kita berbicara tentang:

– jam kedatangan koran langganan, mungkin kita akan berkata **sekitar** pukul 5.30
– volume air kemasan dalam botol, mungkin kita akan berkata **kira-kira** 500 mililiter.

Banyak hal dalam dunia nyata yang tidak memungkinkan kita untuk menggunakan frase **tepat sekian**, melainkan harus puas dengan menggunakan frase yang menggambarkan **ketidaktepatan**, seperti: **sekitar sekian**, **kira-kira sekian**, **hampir sekian**, **kurang lebih sekian** dan sejenisnya. Dalam hal konsep **bilangan kabur** atau **fuzzy number** dapat mengkomodasinya.

Himpunan bilangan yang nilainya **sekitar** 3, atau **kira-kira** 3, atau **hampir** 3, atau **kurang lebih** 3 adalah contoh himpunan kabur, yang sering pula disebut **bilangan kabur** 3. Terdapat dua jenis bilangan kabur yang sering dipakai dalam praktek, yaitu **bilangan kabur segitiga** (*triangular fuzzy number*) dan **bilangan kabur trapesium** (*trapezoidal fuzzy number*) (Wang, 1997). Sesuai judul tulisan ini, hanya bilangan kabur segitiga yang akan dibahas.

Bilangan kabur segitiga c**,** dilambangkan dengan $\overline{c}$, adalah himpunan kabur dengan **batas bawah** a dan **batas atas** d serta fungsi keanggotaan segitiga, yang didefinisikan sebagai:

$$\mu_b(x;a,c,d) = \begin{cases} (x-a)/(b-a), \text{jika } a \le x < c \\ (d-x)/(d-c), \text{jika } c \le x \le d \\ 0, \text{jika } x > d \text{ atau } x < a \end{cases} \tag{4}$$

Bilangan kabur segitiga $\overline{c}$ pada (4) seringkali pula dilambangkan dengan $\overline{c} = (c^-, c^0, c^+)$ atau $\overline{c} = (a,c,d)$ dalam hal ini $c^- = a,\ c^0 = c \text{ dan } c^+ = d$.

Secara umum, Pemrograman Linear dengan KFO berupa bilangan kabur berbentuk:

maksimasi (minimasi) $cx = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j$ terhadap kendala (2)-(3), dalam hal ini bilangan kabur $\tilde{c}_j$ dicirikan oleh *fungsi keanggotaan* (4) yang menggambarkan derajat keanggotaan suatu bilangan terhadap himpunan bilangan yang nilainya ”sekitar c_j” atau ”kurang lebih c_j”, atau ungkapan kabur lainnya.

Berikut ini adalah langkah-langkah pembentukan MPLKFOK untuk kasus dengan fungsi objektif (2.6) berbentuk maksimasi:

Langkah-1: Tentukan MPL yang akan diubah kedalam MPLKFOK (*yaitu,* masalah (1)-(3))
Langkah-2: Tentukan jenis bilangan kabur bagi setiap KFO (*yaitu*, bilangan kabur segitiga (4))

Langkah-3: Tentukan:

a) $\mathbf{c}^* = \mathbf{c} = (c_1 \ \cdots \ c_j \ \cdots \ c_n)$, yaitu vektor koefisien fungsi objektif yang komponen ke-j-nya adalah koefisien fungsi objektif variabel x_j

b) $\mathbf{c}^- = (c_1^- \ \cdots \ c_j^- \ \cdots \ c_n^-)$, yaitu vektor yang komponen ke-j-nya adalah batas bawah dari bilangan kabur c_j,

c) $\mathbf{c}^+ = (c_1^+ \ \cdots \ c_j^+ \ \cdots \ c_n^+)$, yaitu vektor yang komponen ke-j-nya adalah batas atas dari bilangan kabur c_j,

Langkah-4: Rumuskan pemrograman linear bertujuan majemuk berfungsi objektif memaksimumkan nilai bilangan kabur segitiga, sebagai berikut:

$\max \mathbf{c}^- \mathbf{x} \quad \max \mathbf{c}^* \mathbf{x} \quad \max \mathbf{c}^+ \mathbf{x}$ dengan kendala (2)-(3).

2.3 Kendala Kabur dan Pemrograman Linear dengan Kendala Kabur

Secara umum, Pemrograman Linear dengan Kendala yang Kabur (MPLKK) berbentuk:

$$\max\ (\min)\ \mathbf{cx} \qquad (5)$$
$$\text{terhadap kendala } \mathbf{Ax} \ \tilde{\leq}\ \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

dalam hal ini $\tilde{\leq}$ dicirikan oleh *fungsi keanggotaan* yang menggambarkan 'derajat toleransi' seperti di atas. Berikut ini adalah pembentukan *fungsi keanggotaan* yang merupakan potongan-potongan garis yang kontinu bagian demi bagian.

Misalkan dalam bentuk yang tegas kendala ke-i berbentuk $(\mathbf{Ax})_i \leq b_i$, maka bentuk kaburnya adalah $(\mathrm{Ax})_i \tilde{\leq} b_i$. Misalkan pula t_i adalah toleransi dari kendala ke-i, maka kendala kabur ini dapat dicirikan dengan *fungsi keanggotaan* sebagai berikut:

$$\mu_i\{(\mathbf{Ax})_i\} = \mu_{(\mathbf{Ax})_i \leq b_i}\{(\mathbf{Ax})_i\} = \begin{cases} 1, & (\mathbf{Ax})_i < b_i \\ -\dfrac{1}{t_i}\{(\mathbf{Ax})_i - (b_i + t_i)\}, & b_i \leq (\mathbf{Ax})_i \leq b_i + t_i \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \qquad (6)$$

Berikut ini adalah langkah-langkah perumusan dan penyelesaian MPLKK untuk kasus MPL dengan fungsi objektif (5) berbentuk maksimasi:

Langkah 1: Tentukan batas toleransi bagi pelanggaran kendala ke-i dari, misalkan sebesar $t_i > 0$, jadi sekalipun untuk kendala ini sebenarnya ditetapkan $(\mathbf{Ax})_i \leq b_i$, namun masih diberi toleransi hingga $(\mathbf{Ax})_i \leq (b_i + t_i)$, dengan derajat toleransi akan didefinisikan pada Langkah-4

Langkah 2: Selesaikan pemrograman linear berikut:
maksimasi $\mathbf{cx}$ terhadap kendala $(\mathbf{Ax})_i \leq b_i \quad (i = 1,2,\ldots,m)$
dan misalkan $\mathbf{x}^0$ adalah solusinya, serta definisikan $z^0 = \mathbf{cx}^0$

Langkah 3: Selesaikan pemrograman linear berikut:
maksimasi $\mathbf{cx}$ terhadap kendala $(\mathbf{Ax})_i \leq (b_i + t_i) \quad (i = 1,2,\ldots,m)$
misalkan $\mathbf{x}^1$ adalah solusinya, definisikan $z^1 = \mathbf{cx}^1$. (Catatan: jelaslah $z^1 \geq z^0$!)

Langkah 4: Berdasarkan nilai z^0 dan z^1 yang diperoleh pada Langkah-2 dan 3, definisikan *fungsi keanggotaan* berikut yang menggambarkan *derajat optimalitas* dari setiap nilai fungsi objektif $\mathbf{cx}$:

$$\mu_0(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{cx} \geq z^1 \\ \dfrac{\mathbf{cx} - z^0}{z^1 - z^0}, & z^0 \leq \mathbf{cx} \leq z^1 \\ 0, & \mathbf{cx} \leq z^0 \end{cases} \tag{7}$$

Definisikan pula *fungsi keanggotaan* berikut yang menggambarkan *derajat toleransi* bagi pelanggaran kendala ke-i:

$$\mu_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & (\mathbf{Ax})_i \leq b_i \\ \dfrac{(b_i + t_i) - (\mathbf{Ax})_i}{t_i}, & b_i \leq (\mathbf{Ax})_i \leq (b_i + t_i) \\ 0, & (\mathbf{Ax})_i \geq (b_i + t_i) \end{cases} \tag{8}$$

Langkah 5: Definisikan masalah PL berikut ini:

$\max \mu_0(\mathbf{x}) \ \max \mu_1(\mathbf{x}) \ \max \mu_2(\mathbf{x}) \ldots \max \mu_m(\mathbf{x})$ terhadap kendala: $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$

3. PERUMUSAN MODEL PEMROGRAMAN LINEAR DENGAN KFO KABUR DAN KENDALA KABUR DAN LANGKAH-LANGKAH PENCARIAN SOLUSINYA

MPL dengan fungsi objektif (1) dan kendala (2)-(3) akan menjadi MPLKFOK3 bila nilai-nilai parameter KFO merupakan bilangan kabur dan kendalanyapun merupakan kendala kabur. Secara umum, PL dengan KFO kabur dan kendala kabur berbentuk:

$$\text{maksimasi (maksimasi) } \mathbf{cx} = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \tag{9}$$

$$\text{terhadap kendala } \mathbf{Ax} \ \tilde{\leq} \ \mathbf{b} \tag{10}$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0} \tag{11}$$

Perumusan MPLKFOK3 lebih lanjut beserta penyelesaiannya dibahas pada Bab 3.1 dan 3.2 berikut ini.

3.1 Perumusan Model Pemrograman Linear dengan KFO Kabur dan Kendala Kabur

MPLKFOK3 adalah gabungan dari MPLKFOK dan MPLKK yang, berturut-turut, telah dibahas pada Bab 2.2 dan Bab 2.3. Akibatnya perumusan model MPLKFOK3 pada hakekatnya adalah juga gabungan dari perumusan model MPLKFOK dan MPLKK. Oleh karenanya, masalah MPLKFOK3 pada (9)-(11) menjadi berbentuk masalah optimasi bertujuan majemuk berikut ini:

$$\max \mathbf{c}^{-}\mathbf{x} \quad \max \mathbf{c}^{*}\mathbf{x} \quad \max \mathbf{c}^{+}\mathbf{x} \tag{12}$$

$$\max \mu_0(\mathbf{x}) \quad \max \mu_1(\mathbf{x}) \quad \max \mu_2(\mathbf{x}) \ldots \quad \max \mu_m(\mathbf{x})$$

dengan kendala: $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$

3.2 Langkah-langkah Pencarian Solusi Pemrograman Linear dengan KFO Kabur dan Kendala Kabur

Fungsi-fungsi objektif pada (12) ekivalen dengan fungsi objektif berikut:

$$\min z_1 = (\mathbf{c}^{*} - \mathbf{c}^{-})\mathbf{x} \ \ \max z_2 = \mathbf{c}^{*}\mathbf{x} \ \ \max z_3 = (\mathbf{c}^{+} - \mathbf{c}^{*})\mathbf{x} \tag{12a}$$

sehingga bentuk-bentuk (12) dan (12a) dapat saling menggantikan satu sama lain.

Usulan langkah-langkah pencarian solusi selengkapnya bagi MPLKFOK3 (12) adalah sebagai berikut:

Langkah-1: Menyatakan MPLKFOK (yang bersifat multiobjektif) kedalam bentuk masalah optimasi dengan satu fungsi objektif saja, melalui langkah-langkah:

Misalkan $X = \{x \mid \mathbf{A}x \le \mathbf{b}, \mathbf{x} \ge 0\}$

Langkah 1.1 *Tentukan nilai-nilai berikut ini:*

- $z_1^{\min} = \min_{\mathbf{x}\in X} (\mathbf{c}^* - \mathbf{c}^-)\mathbf{x}$ (13)
- $z_1^{\max} = \max_{\mathbf{x}\in X} (\mathbf{c}^* - \mathbf{c}^-)\mathbf{x}$ (14)
- $z_2^{\min} = \min_{\mathbf{x}\in X} \mathbf{c}^*\mathbf{x}$ (15)
- $z_2^{\max} = \max_{\mathbf{x}\in X} \mathbf{c}^*\mathbf{x}$ (16)
- $z_3^{\max} = \max_{\mathbf{x}\in X} (\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}^*)\mathbf{x}$ (17)
- $z_3^{\min} = \min_{\mathbf{x}\in X} (\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}^*)\mathbf{x}$ (18)

Langkah1.2 *Definisikan ketiga fungsi keanggotaan berikut:*

$$\mu_{z_1}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & , \text{jika } (\mathbf{c}^* - \mathbf{c}^-)\mathbf{x} \le z_1^{\min} \\ \dfrac{z_1^{\max} - (\mathbf{c}^* - \mathbf{c}^-)\mathbf{x}}{z_1^{\max} - z_1^{\min}} & , \text{jika } z_1^{\min} \le (\mathbf{c}^* - \mathbf{c}^-)\mathbf{x} \le z_1^{\max} \\ 0 & , \text{jika } (\mathbf{c}^* - \mathbf{c}^-)\mathbf{x} \ge z_1^{\max} \end{cases} \tag{19}$$

$$\mu_{z_2}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & , \text{jika } \mathbf{c}^*\mathbf{x} \ge z_2^{\max} \\ \dfrac{\mathbf{c}^*\mathbf{x} - z_2^{\min}}{z_2^{\max} - z_2^{\min}} & , \text{jika } z_2^{\min} \le \mathbf{c}^*\mathbf{x} \le z_2^{\max} \\ 0 & , \text{jika } \mathbf{c}^*\mathbf{x} \le z_2^{\min} \end{cases} \tag{20}$$

$$\mu_{z_3}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & , \text{jika } (\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}^*)\mathbf{x} \ge z_3^{\max} \\ \dfrac{(\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}^*)\mathbf{x} - z_3^{\min}}{z_3^{\max} - z_3^{\min}} & , \text{jika } z_3^{\min} \le (\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}^*)\mathbf{x} \le z_3^{\max} \\ 0 & , \text{jika } (\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}^*)\mathbf{x} \le z_3^{\min} \end{cases} \tag{21}$$

Langkah1.3 *Definisikan fungsi:*

$$\alpha = \min_{\mathbf{x}\in\mathbf{X}} \{\mu_{z_1}(x), \mu_{z_2}(x), \mu_{z_3}(x)\} \tag{22}$$

yang ekivalen dengan ketiga relasi berikut:

$$\mu_{z_1}(\mathbf{x}) \ge \alpha \quad \text{atau} \quad (\mathbf{c}^* - \mathbf{c}^-)\mathbf{x} + \alpha(z_1^{\max} - z_1^{\min}) \le z_1^{\max} \tag{22a}$$

$$\mu_{z_2}(\mathbf{x}) \ge \alpha \quad \text{atau} \quad \mathbf{c}^*\mathbf{x} - \alpha(z_2^{\max} - z_2^{\min}) \ge z_2^{\min} \tag{22b}$$

$$\mu_{z_3}(\mathbf{x}) \ge \alpha \quad \text{atau} \quad (\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}^*)\mathbf{x} - \alpha(z_3^{\max} - z_3^{\min}) \ge z_3^{\min} \tag{22c}$$

Langkah1.4 *Definisikan masalah optimasi:*

max α (23)

dengan kendala (22a),(22b), (22c) dan $\mathbf{x} \ge \mathbf{0}$

Langkah-2: Menyatakan MPLKK (yang bersifat multiobjektif) kedalam bentuk masalah optimasi dengan satu fungsi objektif saja, melalui langkah-langkah:

Langkah 2.1 *Pecahkan masalah Pemrograman Linear berikut::*
maksimasi **cx** terhadap kendala $(\mathbf{Ax})_i \le b_i$ (i = 1,2,…,m)
sebutlah nilai optimal dari fungsi objektifnya adalah z^0

Langkah 2.2 *Pecahkan masalah Pemrograman Linear berikut:*
maksimasi **cx** terhadap kendala $(\mathbf{Ax})_i \le b_i + t_i$ (i = 1,2,…,m)
sebutlah nilai optimal dari fungsi objektifnya adalah z^1

Langkah 2.3 *Definisikan fungsi:* $\mu_0(\mathbf{x})$ seperti pada (7), dan $\mu_i(\mathbf{x})$ seperti pada (8)

Langkah 2.4 *Definisikan fungsi:*

$$\theta = \min_{\mathbf{x}\ge\mathbf{0}} \left[\mu_0(x), \mu_1(x), \mu_2(x), \ldots, \mu_m(x)\right] \tag{24}$$

yang ekivalen dengan relasi berikut:

$$\mu_0(\mathbf{x}) \ge \theta \text{ atau } \mathbf{cx} - \theta(z^1 - z^0) \ge z^0 \tag{24a}$$

$$\mu_i(\mathbf{x}) \ge \theta \text{ atau } (\mathbf{Ax})_i + \theta t_i \le (b_i + t_i) \tag{24b}$$

(i = 1,2,...,m)

Langkah 2.5 *Definisikan masalah optimasi:*

$$\max\ \theta \text{ dengan kendala: } \mathbf{x} \ge \mathbf{0} \tag{24c}$$

Langkah-3: Menggabungkan MPLKFOK dan MPLKK, yang masing-masing memiliki sebuah fungsi objektif, kedalam bentuk masalah optimasi dengan satu fungsi objektif saja, hal ini ditempuh melalui langkah-langkah:

Langkah 3.1 *Definisikan fungsi:*

$$\gamma = \min_{kendala\,(22a)\text{-}(22c),(24a)\text{-}(24c)} \{\alpha, \theta\} \tag{25}$$

Langkah 3.2 *Definisikan dan pecahkan masalah optimasi:*

$$\max\ \gamma \tag{26}$$

dengan kendala: $$\mu_{z_1}(\mathbf{x}) \ge \alpha \text{ atau } (\mathbf{c}^* - \mathbf{c}^-)\mathbf{x} + \alpha(z_1^{max} - z_1^{min}) \le z_1^{max} \tag{27}$$

$$\mu_{z_2}(\mathbf{x}) \ge \alpha \text{ atau } \mathbf{c}^*\mathbf{x} - \alpha(z_2^{max} - z_2^{min}) \ge z_2^{min} \tag{28}$$

$$\mu_{z_3}(\mathbf{x}) \ge \alpha \text{ atau } (\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}^*)\mathbf{x} - \alpha(z_3^{max} - z_3^{min}) \ge z_3^{min} \tag{29}$$

$$\mu_0(\mathbf{x}) \ge \theta \text{ atau } \mathbf{cx} - \theta(z^1 - z^0) \ge z^0 \tag{30}$$

$$\mu_i(\mathbf{x}) \ge \theta \text{ atau } (\mathbf{Ax})_i + \theta t_i \le (b_i + t_i) \tag{31}$$

$$\theta \in [0,1];\ \alpha \in [0,1];\ \alpha \ge \gamma;\ \theta \ge \gamma;\ \mathbf{x} \ge \mathbf{0}$$

(i = 1,2,...,m)

4. ILUSTRASI NUMERIK DAN INTERPRETASINYA

Sebagai ilustrasi numerik bagi MPLKFOK3, diambil kasus berikut (Winston, 2003): PT Dakota Furniture memproduksi 3 (tiga) macam produk, yaitu bangku, meja, dan kursi. Pembuatan ketiga jenis produk tersebut membutuhkan bahan dasar berupa kayu, jam kerja untuk proses *finishing* serta jam kerja untuk proses *carpentry*. Kebutuhan ketiga jenis sumber daya per unit produk disajikan pada tabel berikut:

Tabel 1. Kebutuhan Sumber Daya untuk kasus PT Dakota Furniture

Sumber Daya	Bangku	Meja	Kursi
Kayu	8 lembar	6 lembar	1 lembar
Jam Finishing	4 jam	2 jam	1.5 jam
Jam Carpentry	2 jam	1.5 jam	0.5 jam

Saat ini PT Dakota Furniture memiliki persediaan kayu 48 lembar kayu, 20 jam kerja *finishing*, dan 8 jam kerja *carpentry*. Bangku, meja dan kursi berturut-turut dapat dijual seharga $60, $30, dan $20. PT Dakota Furniture memperoleh informasi bahwa semua bangku dan kursi yang diproduksi pasti terjual, sementara paling banyak hanya akan terjual 5 buah meja. PT Dakota Furniture bermaksud memaksimasi pendapatannya.

Masalah PT Dakota Furniture dapat dimodelkan sebagai berikut:

– definisikan **variabel-variabel keputusan** berikut:
  x_1 = banyaknya bangku yang diproduksi
  x_2 = banyaknya meja yang diproduksi
  x_3 = banyaknya kursi yang diproduksi
– merumuskan **fungsi tujuan** sebagai berikut:
  max $z = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$
– merumuskan **kendala-kendala** sebagai berikut:
  ketersediaan kayu : $8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48$
  ketersediaan jam *finishing* : $4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 20$
  ketersediaan jam *carpentry* : $2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq 8$
  penjualan meja : $x_2 \leq 5$
  $x_1, x_2, x_3 \geq 0$ (kendala non-negativitas variabel)

Misalkan selanjutnya didapat informasi tambahan dari PT Dakota Furniture bahwa sebenarnya:

– harga jual bangku tidaklah tepat sebesar $c_1^* = \$ 60$, melainkan berada pada rentang antara $c_1^- = \$ 55$ sebagai batas bawahnya, dan $c_1^+ = \$ 62$ sebagai batas atasnya,
– harga jual meja tidaklah tepat sebesar $c_2^* = \$ 30$, melainkan berada pada rentang antara $c_2^- = \$ 28$ sebagai batas bawahnya, dan $c_2^+ = \$ 35$ sebagai batas atasnya,
– harga jual meja tidaklah tepat sebesar $c_3^* = \$ 20$, melainkan berada pada rentang antara $c_3^- = \$ 17$ sebagai batas bawahnya, dan $c_3^+ = \$ 22$ sebagai batas atasnya,
– bila perlu jumlah kayu dapat diupayakan tambahannya hingga $t_1 = 10$ unit,
– bila perlu jumlah jam *finishing* dapat diupayakan tambahannya hingga $t_2 = 5$ unit,
– bila perlu jumlah jam *carpentry* dapat diupayakan tambahannya hingga $t_3 = 3$,

Informasi tambahan ini, bila ingin diakomodasi, menuntut perumusan model yang baru, yaitu MPLKFOK3, dengan catatan bahwa dalam kasus PT Dakota Furniture hanya kendala ketersediaan kayu yang akan diubah menjadi kendala kabur.

Berikut ini adalah penerapan Langkah 1-3 dari bagi perumusan MPLKFOK3 yang dibahas pada Bab-3 sebagai berikut:

Langkah-1:

Langkah 1.1: *menentukan nilai-nilai berikut ini:*

- $z_1^{\max} = \max\limits_{\mathbf{x}\in X}(\mathbf{c}^* - \mathbf{c}^-)\mathbf{x} = \max\limits_{kendala(31a)\text{-}(31d)} 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 40$
- $z_2^{\min} = \min\limits_{\mathbf{x}\in X} \mathbf{c}^*\mathbf{x} = \min\limits_{kendala(31a)\text{-}(31d)} 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 = 0$
- $z_2^{\max} = \max\limits_{\mathbf{x}\in X} \mathbf{c}^*\mathbf{x} = \max\limits_{kendala(31a)\text{-}(31d)} 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 = 280$
- $z_3^{\min} = \min\limits_{\mathbf{x}\in X}(\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}^*)\mathbf{x} = \min\limits_{kendala(31a)\text{-}(31d)} 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0$
- $z_3^{\max} = \max\limits_{\mathbf{x}\in X}(\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}^*)\mathbf{x} = \max\limits_{kendala(31a)\text{-}(31d)} 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 30.4$

Langkah 1.2 *Definisikan ketiga fungsi keanggotaan berikut:*

- $$\mu_{z_1}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & , \text{ jika } 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 0 \\ \dfrac{40 - (5x_1 + 2x_2 + 3x_3)}{40 - 0} & , \text{jika } 0 \le 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 40 \\ 0 & , \text{ jika } 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 40 \end{cases} \quad (32)$$
- $$\mu_{z_2}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & , \text{ jika } 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 \ge 280 \\ \dfrac{(60x_1 + 30x_2 + 20x_3) - 0}{280 - 0} & , \text{jika } 0 \le 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 \le 280 \\ 0 & \text{ jika } 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 \le 0 \end{cases} \quad (33)$$
- $$\mu_{z_3}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & , \text{ jika } 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 \le 30.4 \\ \dfrac{(2x_1 + 5x_2 + 2x_3) - 0}{30.4 - 0} & , \text{jika } 0 \le 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 \ge 30.4 \\ 0 & , \text{ jika } 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 \ge 0 \end{cases} \quad (34)$$

Langkah 1.3 *Definisikan fungsi:*

$$\alpha = \min_{\mathbf{x}\in X}\{\mu_{z_1}(x), \mu_{z_2}(x), \mu_{z_3}(x)\} \quad (35)$$

yang ekivalen dengan ketiga relasi berikut:

- $\mu_{z_1}(\mathbf{x}) \ge \alpha$ atau $5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 40\alpha \le 40$ (36)
- $\mu_{z_2}(\mathbf{x}) \ge \alpha$ atau $60x_1 + 30x_2 + 20x_3 - 280\alpha \ge 0$ (37)
- $\mu_{z_3}(\mathbf{x})\alpha$ atau $2x_1 + 5x_2 + 20x_3 - 30.4\,\alpha \ge 0$ (38)

Langkah 1.4 *Definisikan masalah optimasi:*

max α (39)

dengan kendala (36)-(38) dan $x_1, x_2, x_3 \ge 0$

Langkah-2: Menyatakan MPLKK (yang bersifat multiobjektif) kedalam bentuk masalah optimasi dengan satu fungsi objektif saja, melalui langkah-langkah:

Langkah 2.1 *Pecahkan masalah Pemrograman Linear berikut:*

max $z = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$

terhadap kendala (31a)-(31d), ternyata didapatkan nilai optimal dari fungsi objektifnya adalah $z^0 = 280$

Langkah 2.2 *Pecahkan masalah Pemrograman Linear berikut:*
max $z = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$
terhadap kendala (31a)-(31d), ternyata didapat nilai optimal dari fungsi objektifnya adalah $z^0 = 280$

Langkah 2.3 *Pecahkan masalah Pemrograman Linear berikut:*
max $z = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$
terhadap kendala

$$\begin{aligned}
8x_1 + 6x_2 + x_3 &\le 48 + 10 = 58\\
4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 &\le 20 + 5 = 25\\
2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 &\le 8 + 3 = 11\\
x_2 &\le 5\\
x_1, x_2, x_3 &\ge 0
\end{aligned}$$

ternyata didapat nilai optimal dari fungsi objektifnya adalah $z^1 = 360$

Langkah 2.4 *Definisikan fungsi:*

– $$\mu_0(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 \ge 360 \\ \dfrac{60x_1 + 30x_2 + 20x_3 - 280}{360 - 280}, & 280 \le 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 \le 360 \\ 0, & 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 \le 280 \end{cases} \quad (40)$$

– $$\mu_1(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & 8x_1 + 6x_2 + x_{3_i} \le 48 \\ \dfrac{58 - (8x_1 + 6x_2 + x_3)}{10}, & 48 \le 8x_1 + 6x_2 + x_3 \le 58 \\ 0, & 8x_1 + 6x_2 + x_3 \ge 58 \end{cases} \quad (41)$$

– $$\mu_2(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & 4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \le 20 \\ \dfrac{25 - (4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3)}{5}, & 20 \le 4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \le 25 \\ 0, & 4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \ge 25 \end{cases} \quad (42)$$

– $$\mu_3(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & 2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \le 8 \\ \dfrac{11 - (2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3)}{3}, & 8 \le 2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \le 11 \\ 0, & 2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \ge 11 \end{cases} \quad (43)$$

Langkah 2.5 *Definisikan fungsi:*

$$\theta = \min_{\mathbf{x} \ge 0} [\mu_0(x), \mu_1(x), \mu_2(x), \mu_3(x)] \quad (44)$$

yang ekivalen dengan relasi berikut:

– $\mu_0(\mathbf{x}) \ge \theta$ atau $60x_1 + 30x_2 + 20x_3 - 80\theta \ge 280$ (45)

– $\mu_1(\mathbf{x}) \ge \theta$ atau $8x_1 + 6x_2 + x_3 + 10\theta \le 58$ (46)

– $\mu_2(\mathbf{x}) \ge \theta$ atau $4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 + 5\theta \le 25$ (47)

– $\mu_3(\mathbf{x}) \ge \theta$ atau $2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 + 3\theta \le 11$ (48)

Langkah 2.6 *Definisikan masalah optimasi:*

max θ (49)

dengan kendala (45)-(48), (31d) dan $x_1, x_2, x_3 \ge 0$

Langkah-3: Menggabungkan MPLKFOK dan MPLKK, yang masing-masing memiliki sebuah fungsi objektif, kedalam bentuk masalah optimasi dengan satu fungsi objektif saja, hal ini ditempuh melalui langkah-langkah:

Langkah 3.1 *Definisikan fungsi:*

$$\gamma = \min_{kendala(36)\text{-}(38),(45)\text{-}(48),(31d)} \{\alpha, \theta\} \tag{50}$$

Langkah 3.2 *Definisikan dan pecahkan masalah optimasi:*

$$\max \gamma \tag{51}$$

dengan kendala: $5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 40\alpha \leq 40$ (52)

$$60x_1 + 30x_2 + 20x_3 - 280\alpha \geq 0 \tag{53}$$

$$2x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 30.4\alpha \geq 0 \tag{54}$$

$$60x_1 + 30x_2 + 20x_3 - 80\theta \geq 280 \tag{55}$$

$$8x_1 + 6x_2 + x_3 + 10\theta \leq 58 \tag{56}$$

$$4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 + 5\theta \leq 25 \tag{57}$$

$$2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 + 3\theta \leq 11 \tag{58}$$

$$x_2 \leq 5 \tag{59}$$

$$\alpha - \gamma \geq 0,\ \theta - \gamma \geq 0,\ \theta \in [0,1],\ \alpha \in [0,1],\ x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Penyelesaian pemrograman linear ini menghasilkan solusi berikut: $x_1 = 4.7391$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1.0870$, $\alpha = 0.3261$, $\theta = 0.3261$, $\gamma = 0.3261$.

Jadi keputusan terbaik bagi PT Dakota Furniture adalah membuat sebanyak $x_1 = 4.7391$ unit bangku, $x_2 = 0$ unit meja, dan $x_3 = 1.0870$ unit kursi. Bila keputusan terbaik ini diambil maka:

a. dari (32) didapatkan nilai $\mu_{z_1}(4.7391, 0, 1.0870) =$ 0.3261, nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap nilai yang dicapai oleh fungsi $z_1 = (\mathbf{c}^* - \mathbf{c}^-)\mathbf{x} = 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 26.9565$**,** yang menggambarkan perbedaan nilai antara fungsi objektif semula ($\mathbf{c}^*\mathbf{x}$) dengan fungsi objektif berkoefisien batas bawah bilangan kabur ($\mathbf{c}^-\mathbf{x}$). Nilai tertinggi dari μ_{z_1} adalah 1 (satu) yang tercapai ketika nilai z_1 bernilai 0 atau kurang, dan nilai terendahnya adalah 0 (nol) yang tercapai ketika nilai z_1 sekurang-kurangnya 40.
b. dari (33) didapatkan nilai $\mu_{z_2}(4.7391, 0, 1.0870) =$ 1.0000, nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap nilai yang dicapai oleh fungsi $z_2 = \mathbf{c}^*\mathbf{x} = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 = 306.086$**,** yaitu fungsi objektif semula. Nilai tertinggi dari μ_{z_2} adalah 1 (satu) yang tercapai ketika nilai z_2 bernilai sekurang-kurangnya 280, dan nilai terendahnya adalah 0 (nol) yang tercapai ketika nilai z_2 adalah 0 atau kurang.
c. dari (34) didapatkan nilai $\mu_{z_3}(4.7391, 0, 1.0870) =$ 0.3833, nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap nilai yang dicapai oleh fungsi $z_3 = (\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}^*)\mathbf{x} = 2x_1 + 5x_2 + 2x_3$ = 11.6522**,** yang menggambarkan perbedaan nilai antara fungsi objektif berkoefisien batas atas

bilangan kabur ($\mathbf{c}^{+}\mathbf{x}$) dengan fungsi objektif semula ($\mathbf{c}^{*}\mathbf{x}$). Nilai tertinggi dari μ_{z_3} adalah 1 (satu) yang tercapai ketika nilai z_3 sekurang-kurangnya 30.4, dan nilai terendahnya adalah 0 (nol) yang tercapai ketika nilai z_3 adalah 0 atau kurang.

d. dari (35) didapatkan nilai $\alpha = \min\{0.3261, 1.000, 0.3833\} = 0.3261$.

e. dari (40) didapatkan nilai $\mu_0(4.7391, 0, 1.0870) =$ 0.3261, nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap nilai yang dicapai oleh fungsi objektif semula, yaitu $z = \mathbf{c}^{*}\mathbf{x} = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$ = 306.086. Nilai tertinggi dari μ_0 adalah 1(satu) yang tercapai ketika nilai z sekurang-kurangnya 360, dan nilai terendahnya adalah 0 (nol) yang tercapai ketika nilai z adalah 280 atau kurang.

f. dari (41) didapatkan nilai $\mu_1(4.7391, 0, 1.0870) =$ 1.000, nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap pemenuhan kendala $8x_1 + 6x_2 + x_3 \le 48$. Karena nilai $8x_1 + 6x_2 + x_3 = 38.9998$ <48, hal ini berarti bahwa kendala tersebut benar-benar terpenuhi, sehingga tingkat kepuasan μ_1 bernilai 1. Nilai tertinggi dari μ_1 adalah 1(satu) yang tercapai ketika nilai $8x_1 + 6x_2 + x_3$ setinggi-tingginya 49, dan nilai terendahnya adalah 0 (nol) yang tercapai ketika nilai $8x_1 + 6x_2 + x_3$ sekurang-kurangnya 48. Dengan demikian jelaslah mengapa $\mu_1(4.7391, 0, 1.0870) = 1.000$.

g. dari (42) didapatkan nilai $\mu_2(4.7391, 0, 1.0870) =$ 0.8826, nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap pemenuhan kendala $4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \le 20$. Karena nilai $4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 = 20.5869$ >20, hal ini berarti bahwa kendala tersebut telah terlanggar, sehingga nilai tingkat kepuasan μ_2 menjadi di bawah 1. Nilai tertinggi dari μ_2 adalah 1(satu) yang tercapai ketika nilai $4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3$ setinggi-tingginya 20, dan nilai terendahnya adalah 0 (nol) yang tercapai ketika nilai $4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3$ sekurang-kurangnya 25.

h. dari (43) didapatkan nilai $\mu_3(4.7391, 0, 1.0870) =$ 1.000, nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap pemenuhan kendala $2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \le 8$. Karena nilai $2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 = 10.217$ >8, hal ini berarti bahwa kendala tersebut telah terlanggar, sehingga nilai tingkat kepuasan μ_3 menjadi di bawah 1. Nilai tertinggi dari μ_3 adalah 1(satu) yang tercapai ketika nilai $2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3$ setinggi-tingginya 8, dan nilai terendahnya adalah 0 (nol) yang tercapai ketika nilai $2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3$ sekurang-kurangnya 11.

i. dari definisi (44) didapatkan $\theta = \min\{0.3261, 1.000, 0.8826, 1.000\} = 0.3261$

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Dari pembahasan sebelumnya dapat diberikan beberapa kesimpulan dan saran sebagai berikut.

Kesimpulan

Masalah Pemrograman Linear dengan Koefisien Fungsi Objektif Kabur (MPLKFOK) (seperti bentuk (9)-(11)) dapat didekati menjadi Masalah Pemrograman Linear (MPL) biasa yang dengan fungsi objektif tunggal (seperti bentuk (25)-(30b)).

Solusi MPLKFOK memberikan:

- ukuran tingkat kepuasan (*level of satisfaction*) terhadap solusi, seperti ditunjukkan oleh besaran α, serta
- ukuran tingkat pemenuhan (*level of fulfillment*) kendala, seperti ditunjukkan oleh besaran θ.

Dari interpretasi hasil yang diulas pada butir-b pada Bab-4 didapatkan bahwa keuntungan optimal yang akan diperoleh PT Dakota Furniture, bila digunakan model MPLKFOK3 (51)-(59), adalah sebesar 306.086. Sedangkan keuntungan optimal bila masalahnya dimodelkan sebagai MPL hanya 280 (dicapai untuk $x_1 = 2, x_2 = 0, x_3 = 8)$. Namun sebenarnya fenomena ini tak dapat di*claim* sebagai keunggulan MPLKFOK3 atas MPL biasa. Hasil ini adalah wajar, sehubungan dengan toleransi yang diberikan bagi ketersediaan sumber daya kayu, jam kerja *finisihing* dan jam kerja *carpentry*, disamping toleransi dalam bentuk interval yang diberikan pada koefisien keuntungan dari per unit bangku, meja dan kursi. Letak keunggulan dari MPLKFOK3 atas MPL adalah pada:

- kemampuannya menggambarkan situasi nyata bahwa keuntungan suatu produk tidaklah selalu dapat dinyatakan dalam bentuk sebuah bilangan saja, melainkan seringkali memerlukan pernyataan bahwa keuntungan suatu produk berada pada suatu selang (interval),
- kemampuannya menggambarkan situasi bahwa dalam realitanya tidak semua kendala-kendala itu deterministik (pasti harus dipenuhi), melainkan bersifat deterministik, artinya terdapat probabilitas bagi kemungkinan pemenuhannya.

Saran

Solusi MPLKFOK pada penelitian ini berupa bilangan riil, untuk pengembangan selanjutnya dapat diarahkan pada pencarian solusi MPLKFOK bilangan bulat. Pembahasan MPLKFOK dapat dilanjutkan dengan analisis sensitivitas terhadap solusi yang dihasilkannya. Pada pendekatan MPLKFOK menjadi MPL biasa dengan fungsi objektif tunggal digunakan kriteria pesimis, yaitu kriteria maximin (lihat (22)-(23), (24)-(24c) dan (25)-(26)). Untuk penelitian selanjutnya dapat dicoba penggunaan kriteria pengambilan keputusan yang lain, misalnya kriteria Hurwicz, kriteria Laplace dan lain-lain.

6. DAFTAR SINGKATAN:

KFO	:	Koefisien Fungsi Objektif
MPL	:	Model Pemrograman Linier
MPLKFOK	:	Model Pemrograman Linier dengan Koefisien Fungsi Objektif Kabur
MPLKK	:	Model Pemrograman Linier dengan Kendala Kabur
MPLKFOK3	:	Model Pemrograman Linier dengan Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Kendala Kabur
PL	:	Pemrograman Linier

DAFTAR PUSTAKA

Susanto, S., 1999. *Masalah Pemrograman Linear dengan Ruas Kanan Kabur.* Proceeding Seminar Nasional, BKSTI, Surabaya-

Susanto, S, dan Adianto, H., 2005. "Pemodelan dan Penyelesaian Pemrograman Linear dengan Koefisien Fungsi Objektif Berbentuk Bilangan Kabur Segitiga". *Jurnal Ekonomi dan Komputer (terakreditasi DIKTI)*, Universitas Gunadarma

Wang, L.-X., 1997. *A Course in Fuzzy Systems and Control*, Prentice-Hall Int., London.

Winston, W.L., 2003. *Operations Research: Applications and Algorithms*, edisi-4, International Thomson Publishing, Belmont, California.