

Algoritma Genetika untuk Pemecahan Masalah Rute Kendaraan dengan Ukuran dan Campuran Armada, Trip Majemuk, Pengiriman Terbagi, Produk Majemuk, dan Kendaraan dengan Kompartemen Majemuk

Suprayogi^{1*}, Daniel Bunga Paillin²

Abstract: This paper discusses a variant of the basic vehicle routing problem (VRP) by including the following characteristics: fleet size and mix, multiple trips, split delivery, multiple products, and multiple compartments. One of real cases of this problem is related to determining tanker's routes in delivering fuel products from a supply port to a number of destination ports. Each tanker has several compartments where each compartment is dedicated to a certain fuel product. In this paper, a solution approach based on genetic algorithm (GA) is proposed and tested using nine hypothetical instances. Experiment results show that the proposed GA gives consistent results measured by coefficient variations.

Keywords: Vehicle routing problem; fleet size and mix; multiple trips; split delivery; multiple compartments; genetic algorithm.

Pendahuluan

Makalah ini membahas salah satu varian dari masalah rute kendaraan (MRK) dengan karakteristik-karakteristik berikut: ukuran dan campuran armada (*fleet size and mix*), trip majemuk (*multiple trips*), pengiriman terbagi (*split delivery*), produk majemuk (*multiple products*), dan kompartemen majemuk (*multiple compartments*). Salah satu masalah nyata adalah terkait dengan penentuan rute tanker untuk pengiriman produk-produk bahan bakar minyak (BBM) dari sebuah pelabuhan pasokan (depot) ke sejumlah pelabuhan tujuan. Pengiriman produk-produk BBM menggunakan tanker-tanker yang berpangkalan di depot. Terdapat satu himpunan jenis tanker dengan tiap jenis memiliki biaya tetap, biaya variabel, kecepatan, dan kapasitas tiap kompartemen yang tertentu.

MRK dasar, seperti diperkenalkan oleh Dantzig dan Ramser [1], mengasumsikan bahwa kendaraan-kendaraan hanya memiliki satu jenis saja dengan karakteristik yang homogen. Dalam konteks armada kendaraan campuran, terdapat satu himpunan jenis kendaraan dengan tiap jenis kendaraan diasumsikan tak terbatas. Tiap jenis kendaraan memiliki karakteristik-karakteristik tertentu seperti kapasitas, kecepatan, biaya tetap dan biaya variabel.

Dalam literatur, varian MRK ini disebut dengan MRK dengan campuran armada (*VRP with fleet mix*) seperti pada Wassan and Osman [2] dan Lee *et al.* [3] atau MRK dengan ukuran dan campuran armada (*VRP with fleet size and mix*) seperti yang terdapat pada Gheysens *et al.* [4].

MRK dasar memiliki asumsi bahwa tiap kendaraan hanya melayani satu rute sepanjang horizon perencanaan. Dalam situasi praktis, adakalanya tiap kendaraan diijinkan untuk melayani satu atau lebih rute sepanjang horizon perencanaan tidak dilanggar. Varian MRK ini disebut dengan MRK dengan trip majemuk. Dalam literatur, MRK dengan trip majemuk dikenal juga dengan istilah MRK dengan penggunaan kendaraan majemuk (*VRP with multiple use of vehicles*). Dalam konteks trip majemuk, terdapat dua istilah yang umum digunakan seperti didefinisikan oleh Brandão and Mercer [5], yaitu rute (trip) dan tur. Suatu rute (trip) merupakan suatu urutan kunjungan kendaraan yang berawal dan berakhir di depot. Suatu tur merupakan kumpulan satu atau lebih rute atau trip yang dilayani oleh satu kendaraan yang sama. Beberapa penelitian dalam MRK dengan trip majemuk antara lain adalah Taillard *et al.* [6], Brandão and Mercer [5], Brandão and Mercer [7], Zhao *et al.* [8], Petch and Salhi [9], dan Salhi and Petch [10].

Dalam MRK dasar, tiap pelanggan tepat dikunjungi satu kali sepanjang horizon perencanaan. Hal ini terjadi karena kuantitas pengiriman untuk tiap pelanggan diasumsikan lebih kecil atau sama dengan kapasitas kendaraan. Dalam kondisi terdapat kuantitas permintaan pengiriman dari pelanggan yang melebihi kapasitas kendaraan, maka pelanggan

¹ Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10, Bandung 40132, Indonesia. Email: yogi@mail.ti.itb.ac.id

² Fakultas Teknik, Program Studi Teknik Industri, Universitas Pattimura, Jl. Ir. M. Putuhena, Kampus Poka, Ambon, 97233 Indonesia. Email: dani_ti_fatek@yahoo.co.id

* Penulis korespondensi

tersebut dikunjungi lebih dari satu kali, baik oleh kendaraan yang sama maupun berbeda. Dalam konteks ini, varian MRK yang dibahas adalah MRK dengan pengiriman terbagi (*split delivery*). Beberapa penelitian yang terkait dengan MRK dengan pengiriman terbagi antara lain adalah Dror *et al.* [11], Archetti *et al.* [12], Boudia *et al.* [13], Tavakkoli-Moghaddam *et al.* [14], Derigs *et al.* [15], dan Wilck IV and Cavalier [16].

MRK dasar mengasumsikan bahwa masalah hanya terkait dengan produk tunggal dengan kendaraan hanya memiliki satu kompartemen. MRK yang dibahas dalam makalah ini mencakup produk majemuk dan kendaraan memiliki beberapa kompartemen dengan tiap kompartemen diperuntukkan bagi produk tertentu. Varian MRK ini telah dibahas oleh Christofides *et al.* [17]. Penelitian lainnya, antara lain, adalah Chajakis and Guignard [18], Avella *et al.* [19], El Fallahi *et al.* [20], Derigs *et al.* [21], dan Reed *et al.* [22].

Suprayogi dan Komara [23] telah membahas MRK dengan karakteristik trip majemuk, pengiriman terbagi, produk majemuk, dan kendaraan dengan kompartemen majemuk. Metode heuristik konstruksi yang didasarkan atas penyisipan sekuensial (*sequential insertion*) diusulkan sebagai metode pemecahan. Suprayogi *et al.* [24] mengembangkan metode heuristik perbaikan berupa metode pencarian lokal (*local search*) untuk memecahkan MRK yang dibahas oleh Suprayogi dan Komara [23]. Suprayogi dan Arvianto [25] menambahkan karakteristik jendela waktu majemuk (*multiple time windows*) pada MRK yang dibahas oleh Suprayogi dan Komara [23] dan Suprayogi *et al.* [24]. Metode pencarian lokal dikembangkan sebagai metode pemecahan. Arvianto *et al.* [26] memasukkan aspek ukuran dan campuran armada pada Suprayogi dan Arvianto [25] dan menggunakan metode pencarian lokal untuk memecahkannya.

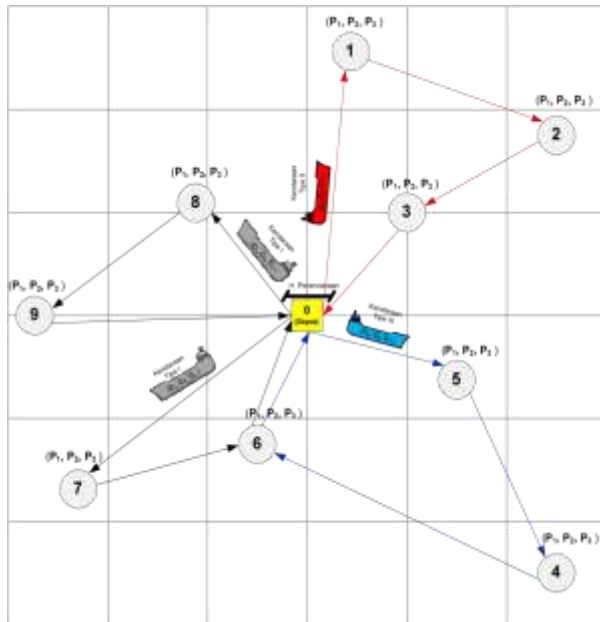
Makalah ini membahas MRK dengan karakteristik trip majemuk, pengiriman terbagi, produk majemuk, dan kendaraan dengan kompartemen majemuk. Paillin dan Wattimena [27] menerapkan algoritma penyisipan sekuensial untuk kasus pendistribusian BBM di kawasan timur Indonesia. Kontribusi dari makalah ini terletak pada pengembangan metode algoritma genetika (AG) atau *genetic algorithm* (GA). Metode AG merupakan salah satu metode metaheuristik yang mengambil analogi dari konsep evolusi yang mengeksplorasi ruang solusi secara probabilistik. AG banyak digunakan untuk memecahkan masalah-masalah optimisasi kombinatorial, termasuk MRK.

Metode Penelitian

Definisi Masalah

Definisi MRK yang dibahas dalam makalah ini adalah sebagai berikut. Terdapat satu himpunan titik lokasi yang terdiri dari sebuah depot dan sejumlah pelanggan. Jarak antara titik lokasi adalah diketahui dan diasumsikan simetris. Dalam horizon perencanaan, tiap pelanggan memiliki kuantitas permintaan pengiriman untuk beberapa jenis produk dengan kuantitas yang diketahui. Pemuatan produk-produk dilakukan di depot dan pembongkaran produk-produk dilakukan di pelanggan. Pengiriman produk-produk dapat dilakukan dengan beberapa jenis kendaraan yang diasumsikan berpangkalan di depot. Tiap jenis kendaraan memiliki beberapa kompartemen dengan tiap kompartemen diperuntukkan bagi tiap produk. Tiap jenis kendaraan memiliki komponen biaya yang terdiri dari biaya tetap dan biaya variabel per satuan waktu. Tiap jenis kendaraan juga memiliki kecepatan yang tertentu dengan asumsi bahwa kecepatan adalah tetap. Panjang horizon perencanaan adalah diketahui. MRK terkait dengan penentuan jenis kendaraan yang dipilih dan tur untuk tiap kendaraan sepanjang horizon perencanaan yang meminimumkan total biaya yang memenuhi pembatas-pembatas sebagai berikut: (1) tiap tur dapat terdiri dari satu atau lebih rute (rute majemuk) dengan tiap rute berawal dan berakhir di depot, (2) kapasitas tiap kompartemen untuk setiap rute kendaraan tidak dilanggar, (3) tiap pelanggan dapat dikunjungi lebih dari satu kali, baik oleh kendaraan yang sama maupun berbeda (pengiriman terbagi), (4) seluruh pelanggan harus dilayani, dan (5) total waktu penyelesaian untuk tiap kendaraan tidak melebihi panjang horizon perencanaan.

Ilustrasi dari MRK yang dibahas dan solusinya ditunjukkan pada Gambar 1. Dalam ilustrasi, terdapat satu depot (disimbolkan dengan angka 0) dan sembilan pelanggan (disimbolkan dengan angka 1 sampai dengan 9). Tiap pelanggan memiliki permintaan untuk tiga jenis produk yang disimbolkan dengan P_1 , P_2 , dan P_3 . Solusi pada Gambar 1 memiliki tiga tur. Tur pertama dilayani oleh kendaraan jenis I yang terdiri atas dua rute (trip), yaitu: 0-7-6-0 dan 0-8-9-0. Kendaraan jenis I ini melayani trip majemuk. Tur kedua dilayani oleh kendaraan jenis II yang terdiri atas satu rute, (trip) yaitu: 0-1-2-3-0. Sedangkan tur ketiga dilayani oleh kendaraan jenis III yang terdiri atas satu rute (trip), yaitu: 0-5-4-6-0. Di sini, kuantitas permintaan pelanggan pada pelanggan 6 adalah terbagi, yang dilayani oleh kendaraan-kendaraan jenis I dan III.



Gambar 1. Ilustrasi MRK dan solusinya

Algoritma Genetika

Kerangka Umum

Prosedur dari teknik AG yang diusulkan diperlihatkan pada Gambar 2. Untuk pembentukan populasi baru, terdapat empat operator yang digunakan, yaitu elitisme, migrasi, mutasi, dan *crossover* yang diterapkan secara paralel. Pemilihan induk untuk mutasi dan *crossover* dilakukan dengan metode *roulette wheel*.

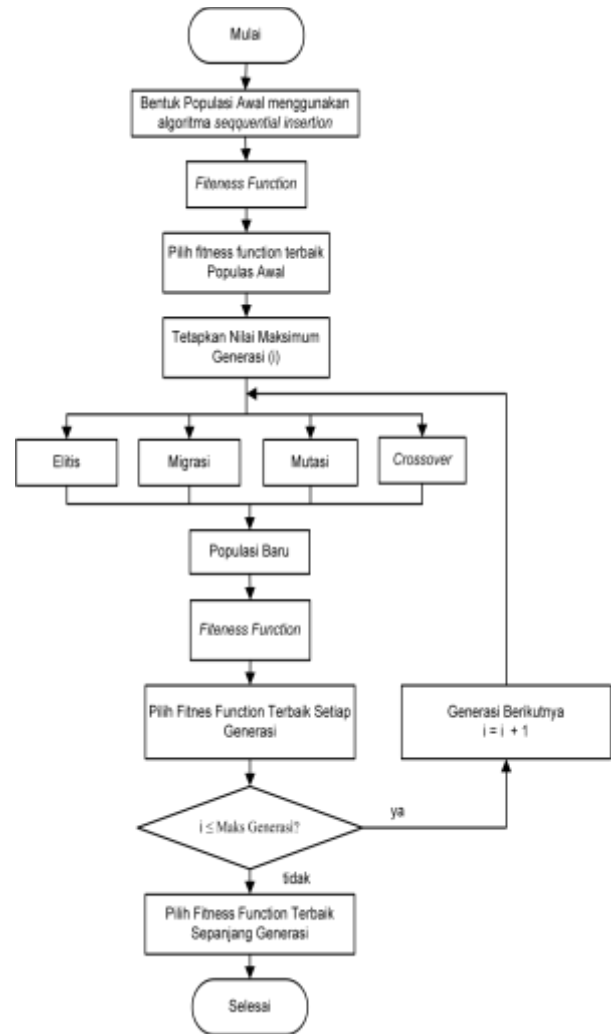
Prosedur AG memerlukan parameter-parameter, yaitu: (1) ukuran populasi (jumlah kromosom atau individu dalam populasi), (2) proporsi-proporsi kromosom yang dibentuk dengan operator-operator elitisme, migrasi, mutasi, dan *crossover*, dan (3) jumlah generasi maksimum sebagai kriteria henti.

Representasi Kromosom

Kromosom direpresentasikan sebagai urutan bilangan bulat. Misal MRK terdiri atas satu depot dan n pelanggan. Di sini, depot disimbolkan dengan angka 0 dan pelanggan-pelanggan dinotasikan dengan angka-angka 1 hingga n . Satu rute ditandai dengan urutan bilangan sejumlah tertentu yang diawali dan diakhiri dengan angka 0. Karena terdapat karakteristik pengiriman terbagi, angka yang sama (mencerminkan pelanggan) dapat muncul lebih dari satu kali. Berikut adalah contoh representasi dari kromosom yang terdiri dari dua tur kendaraan dengan dua rute

0-5-3-7-0-3-8-0

0-6-8-1-4-0-2-9-0



Gambar 2. Diagram alir prosedur AG

Pembentukan Populasi Awal

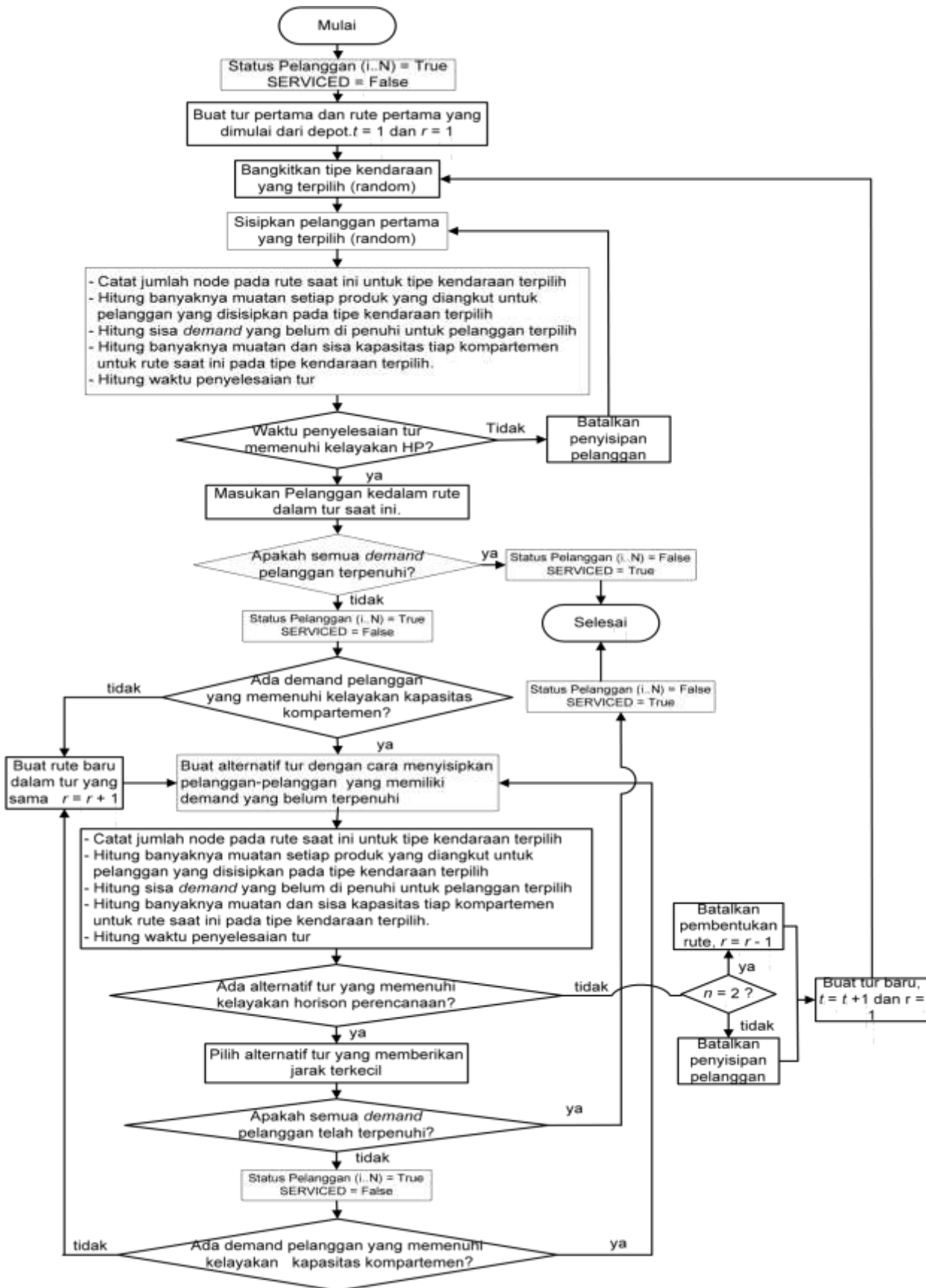
Tiap kromosom dalam populasi awal dibangkitkan dengan algoritma penyisipan sekuensial yang diambil dari Paillin dan Wattimena [27] yang pada awalnya diadaptasi dari Suprayogi dan Komara [23] dan Suprayogi *et al.* [24]. Diagram alir pembentukan suatu kromosom dalam populasi awal ditunjukkan pada Gambar 3.

Fungsi Fitness

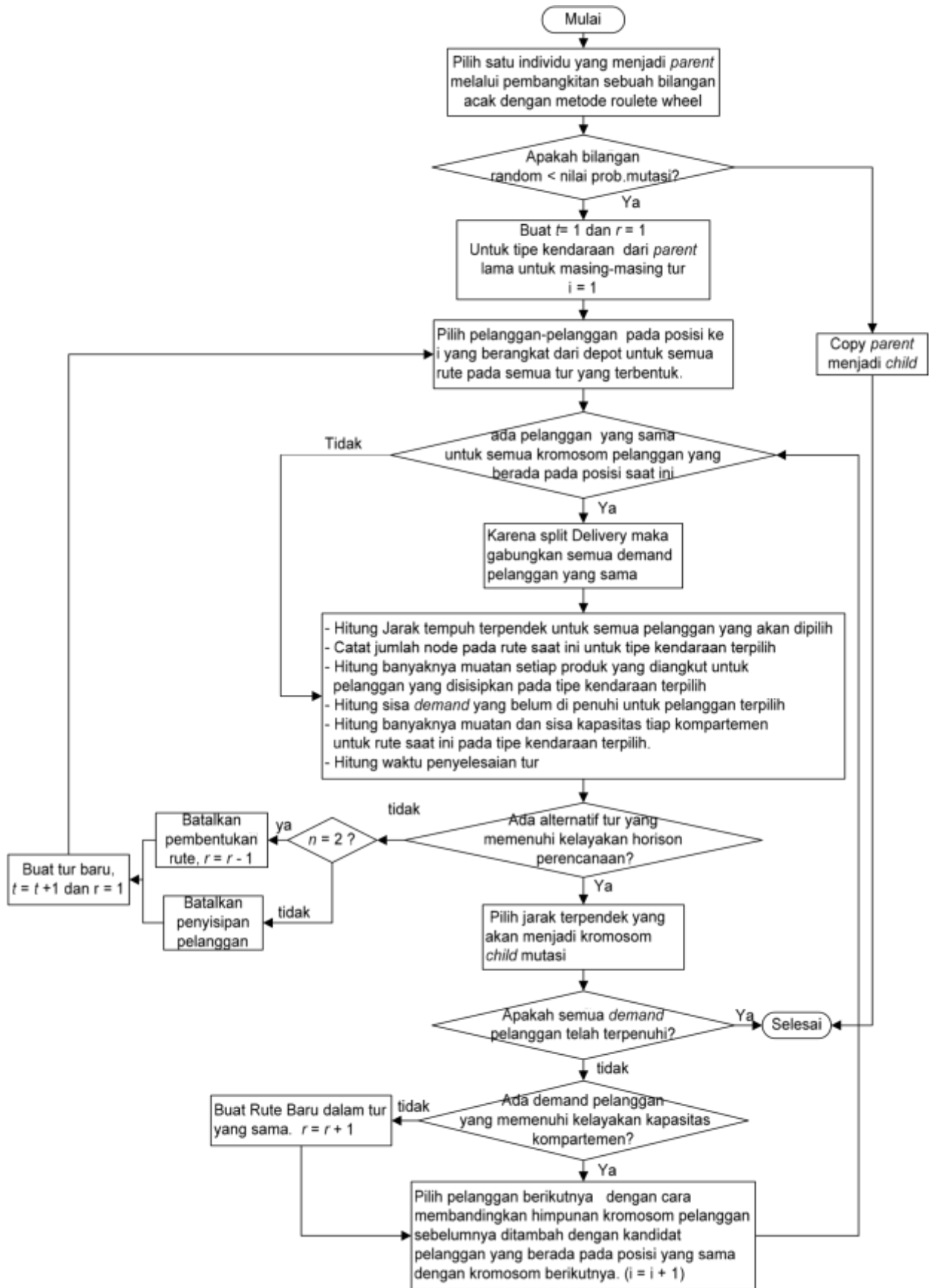
Untuk tiap kromosom, AG menggunakan fungsi *fitness* yang meminimumkan total biaya yang merupakan penjumlahan dari biaya-biaya tetap dan variabel untuk masing-masing kendaraan yang terpilih.

Operator-operator Reproduksi

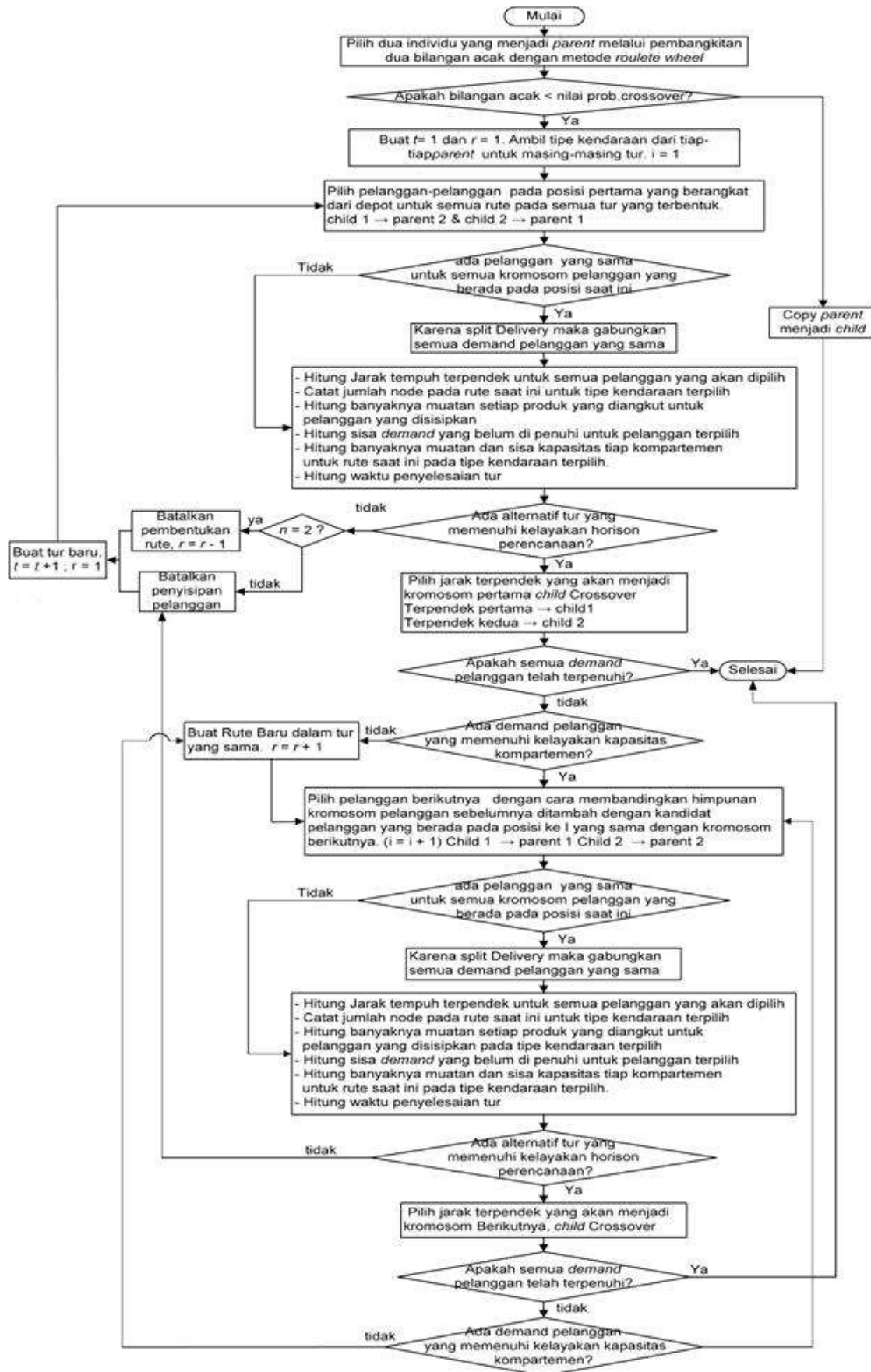
Elitisme. Operator reproduksi berfungsi untuk mengambil kromosom-kromosom terbaik dari populasi saat ini dan memasukkannya ke populasi berikutnya. Jumlah kromosom yang diambil ditentukan oleh proporsi tertentu.



Gambar 3. Diagram alir pembentukan kromosom dalam populasi awal



Gambar 4. Diagram alir pembentukan kromosom dalam operator mutasi



Gambar 5. Diagram Alir Pembentukan *child Crossover*

Migrasi. Proses migrasi dilakukan untuk menghasilkan subpopulasi yang diharapkan kromosom-kromosom baru yang terbentuk akan lebih baik. Proses migrasi ini akan menghasilkan kromosom yang beragam sehingga memperbesar ruang pencarian solusi dari AG dengan cara mengambil informasi dari kromosom-kromosom generasi sebelumnya, rute diatur ulang untuk setiap penyisipan pelanggan. Kromosom baru yang dihasilkan, sebelumnya ditentukan *migration ratenya* yaitu berapa jumlah kromosom baru yang akan dibentuk.

Mutasi. Operator mutasi yang digunakan adalah *tour reinsertion*. Kromosom yang akan dimutasi dipilih secara random dari populasi saat ini dengan metode *roulette wheel*. Jika nilai *fitness* dari kromosom hasil mutasi tidak lebih baik dari kromosom terpilih, maka kromosom terpilih tetap dipertahankan dan masuk ke populasi berikutnya. Gambar 4 menunjukkan diagram alir prosedur pembentukan kromosom dalam operator mutasi.

Crossover. *Crossover* merupakan penggabungan dua string induk menjadi dua string anak (*child*) yang berbeda dengan string induknya dengan cara mempertukarkan (mengambil informasi) bagian dari string induk. Proses *crossover* ini menggunakan *insertion based crossover*. Diambil pelanggan pada posisi pertama dari semua rute dalam tur untuk kedua parent (*child 1* dari *parent 2* dan *child 2* dari *parent 1*), yang kemudian akan disisipkan dengan kriteria pemilihan pelanggan berdasarkan jarak terpendek. Dua string induk akan dipilih dengan metode seleksi yang telah ditentukan sebelumnya. Hasil *crossover* ini akan dihitung *fitness functionnya*. Jika lebih baik dari pada kedua *parent*, maka hasil *crossover* ini akan menjadi kromosom generasi berikutnya. Proses *crossover* antara *parent* yang terpilih akan menghasilkan *child* dengan harapan *fitness function* yang dihasilkan *child* lebih baik dari *parent*. Berikut adalah Gambar 5 diagram alir proses *crossover*:

Hasil dan Pembahasan

Metode AG yang diusulkan diimplementasikan dalam perangkat lunak yang dibangun dengan bahasa pemrograman Visual Basic 6.0. Untuk uji coba, perangkat lunak dijalankan pada komputer personal dengan spesifikasi prosesor Intel Core 2 Duo 1,8 GHz, memori DDR2 3 GB dan sistem operasi Microsoft Windows Vista Home Premium.

Uji coba dilakukan dengan menggunakan sembilan contoh data hipotetik (disebut dengan S1, S2, S3, K1, K2, K3, C1, C2, dan C3) yang dibagi menjadi tiga kelompok menurut karakteristik lokasi pelanggan. Contoh-contoh data S1, S2, dan S3 adalah contoh-contoh data dengan lokasi yang tersebar.

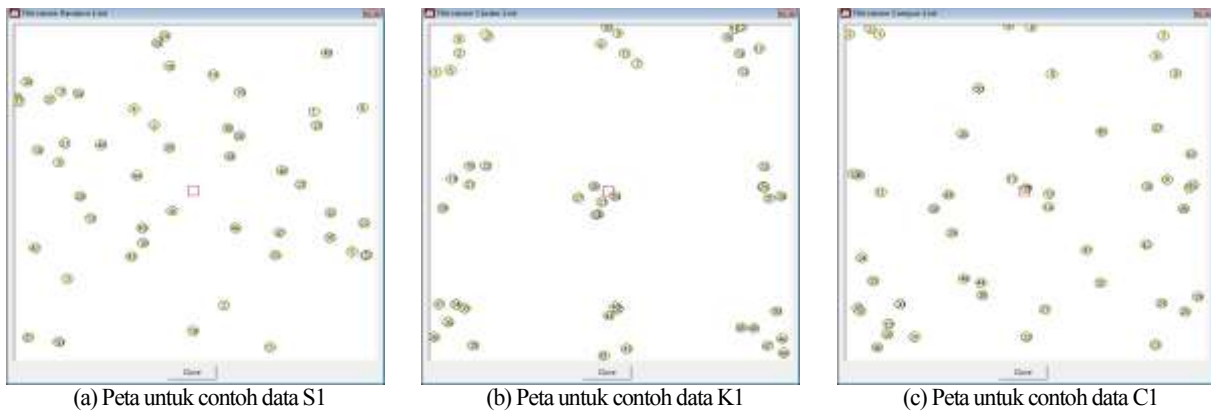
Contoh-contoh data K1, K2, dan K3 adalah contoh-contoh data dengan lokasi yang terkelompok. Sementara itu, contoh-contoh data C1, C2, dan C3 adalah contoh-contoh data dengan lokasi yang merupakan campuran tersebar dan terkelompok. Untuk masing-masing contoh data hipotetik, terdapat 50 pelanggan dengan lokasi pelanggan dinyatakan dalam koordinat (x, y) dengan batas-batas koordinat $(0, 0)$ hingga $(10, 10)$. Lokasi depot terdapat pada koordinat $(5, 5)$. Gambar 6 menunjukkan peta untuk contoh-contoh S1, K1, dan C1. Jarak antar lokasi didefinisikan sebagai jarak *Euclidean*. Satu satuan dalam peta ekuivalen dengan 1 kilometer (km).

Produk yang dikirimkan terdiri dari tiga jenis. Terdapat tiga jenis kendaraan yang digunakan dan mempunyai tiga kompartemen dengan kapasitas tertentu. Tabel 1 memperlihatkan spesifikasi data kendaraan dan kompartemen. Kecepatan kendaraan adalah 50 km/jam. Waktu muat sama dengan waktu bongkar yaitu 30 unit/jam. Waktu persiapan (*setup*) adalah 0,2 jam. Horison perencanaan sepanjang 10 jam.

Nilai-nilai parameter AG yang digunakan untuk uji coba adalah berikut ini: ukuran populasi = 20, jumlah generasi maksimum = 50, proporsi kromosom untuk elitisme = 10%, proporsi kromosom untuk migrasi = 40%, proporsi kromosom untuk mutasi = 20% dan proporsi kromosom untuk *crossover* = 30%.

Gambar 7 menampilkan salah satu solusi untuk contoh data K1 yang terdiri atas enam tur. Tur 1, 4, dan 6 dilayani oleh kendaraan jenis 1. Tur 2 dilayani oleh kendaraan jenis 2. Sementara tur 3 dan 5 dilayani kendaraan jenis 3. Dengan demikian, kendaraan jenis 1, 2, dan 3 yang digunakan masing-masing adalah 3, 1, dan 2 unit.

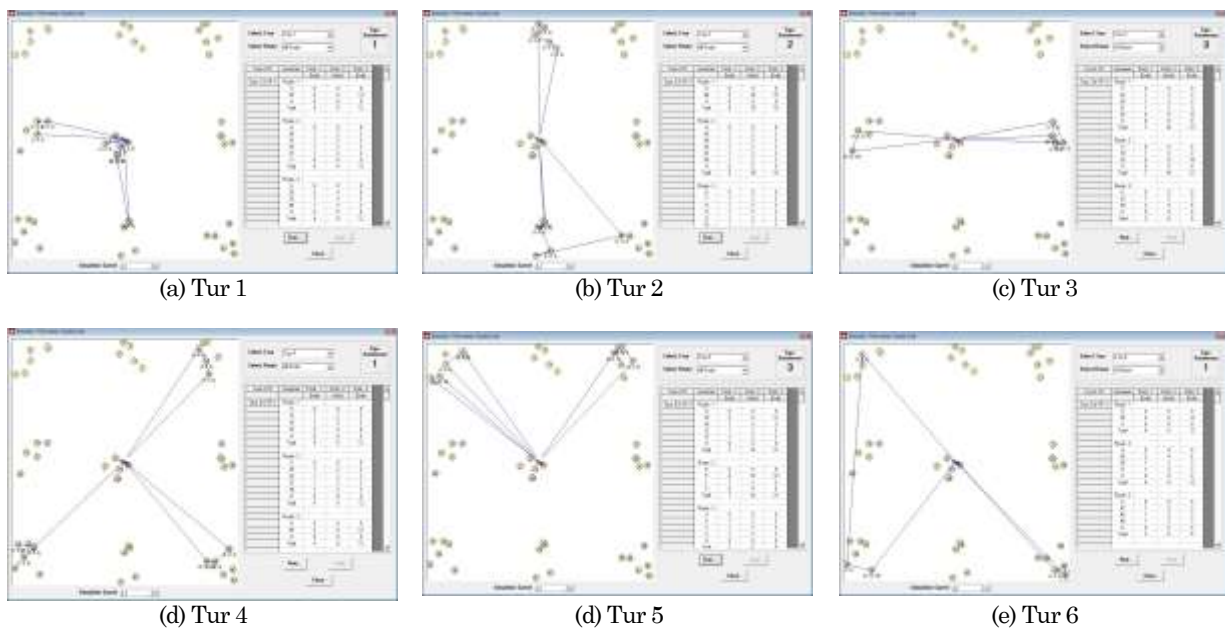
Metode AG merupakan salah satu metode metaheuristik yang bersifat probabilistik dalam mengeksplorasi ruang solusi. Oleh karena itu, solusi yang diperoleh akan berbeda antar replikasi. Untuk melihat kekonsistenan atau kestabilan dari AG yang diusulkan, percobaan numerik dilakukan menggunakan sembilan contoh data. Untuk setiap contoh data, replikasi dilakukan sebanyak 5 kali. Ringkasan hasil percobaan ditunjukkan pada Tabel 2. Hasil percobaan menunjukkan bahwa AG yang diusulkan memberikan hasil yang konsisten atau stabil yang diukur dengan koefisien variasi pada nilai fungsi tujuan dan waktu komputasi. Secara keseluruhan, rata-rata koefisien variasi untuk nilai fungsi tujuan dan waktu komputasi masing-masing adalah 0,07% dan 0,99%. Dengan demikian, untuk tiap contoh data, solusi yang dihasilkan dari tiap replikasi dari AG yang diusulkan relatif tidak berbeda.



Gambar 6. Peta untuk contoh-contoh data S1, K1, dan C1

Tabel 1. Spesifikasi kendaraan

Jenis kendaraan	Biaya tetap (Rp/horizon perencanaan)	Biaya variabel (Rp/jam)	Kapasitas kompartemen 1 (unit)	Kapasitas kompartemen 2 (unit)	Kapasitas kompartemen 3 (unit)
Jenis 1	100500	5000	4	8	12
Jenis 2	101000	5500	5	10	15
Jenis 3	101500	5750	7	14	21



Gambar 7. Solusi untuk contoh data K1

Tabel 2. Hasil komputasi dengan contoh data hipotetik

Contoh data	Total biaya (Rp)			Waktu komputasi (detik)		
	Rata-rata	Simpangan baku	Koefisien variasi	Rata-rata	Simpangan baku	Koefisien variasi
S1	627062,20	277,96	0,04%	46,85	1,22	2,60%
S2	627619,00	423,78	0,07%	45,84	0,61	1,34%
S3	628230,60	309,01	0,05%	45,15	0,12	0,27%
K1	629162,20	351,69	0,06%	44,72	0,14	0,32%
K2	628727,20	423,60	0,07%	44,77	0,61	1,36%
K3	629460,00	926,04	0,15%	45,55	0,60	1,31%
C1	628798,20	500,46	0,08%	45,17	0,15	0,33%
C2	628263,20	485,71	0,08%	44,90	0,38	0,85%
C3	628661,20	448,72	0,07%	44,88	0,23	0,50%
Rata-rata	628442,64	460,77	0,07%	45,31	0,45	0,99%

Simpulan

Makalah ini telah masalah rute kendaraan (MRK) yang mencakup karakteristik-karakteristik: ukuran dan campuran armada, trip majemuk, pengiriman terbagi, produk majemuk, dan kendaraan dengan kompartemen majemuk. Algoritma genetika (AG) telah diusulkan sebagai metode pemecahan.

Metode AG merupakan salah satu metode meta-heuristik yang bersifat probabilistik dalam mengeksplorasi ruang solusi. Oleh karena itu, solusi yang diperoleh akan berbeda antar replikasi. Percobaan numerik dengan contoh-contoh data hipotetik menunjukkan bahwa AG yang diusulkan memberikan hasil yang konsisten atau stabil yang diukur dengan koefisien variasi dari nilai fungsi tujuan dan waktu komputasi. Dengan demikian, untuk tiap contoh data, solusi yang dihasilkan dari tiap replikasi dari AG yang diusulkan relatif tidak berbeda.

Kinerja (efektivitas dan efisiensi) dari AG yang diusulkan sangat tergantung pada nilai-nilai parameter algoritma yang ditetapkan seperti ukuran populasi, jumlah generasi maksimum, dan proporsi untuk elitisme, migrasi, mutasi, dan *crossover*. Penelitian lebih lanjut dapat dilakukan untuk mengetahui efek dari nilai-nilai dari parameter terhadap kinerja AG dan menentukan setelan nilai-nilai parameter yang memberikan kinerja yang terbaik.

Dalam makalah ini, analisis hanya dilakukan untuk melihat kekonsistenan dari kinerja AG yang diukur dengan koefisien variasi dari nilai fungsi tujuan dan waktu komputasi. Penelitian lanjutan dapat dilakukan dengan mengembangkan metode-metode pemecahan lain sehingga kinerja dari AG yang diusulkan dapat dibandingkan. Selain itu, MRK yang dibahas dalam makalah ini belum dirumuskan dalam model matematis. Dengan adanya model matematis untuk MRK ini, solusi-solusi yang diperoleh dengan pemecahan model matematis dapat digunakan sebagai pembandingan dari kinerja metode AG yang diusulkan.

Daftar Pustaka

1. Dantzig, G. B. and Ramser, J., The Truck Dispatching Problem, *Management Science*, 6(1), 1959, pp. 80-91.
2. Wassen, N. A. and Osman, I. H., Tabu Search Variant for the Mix Fleet Vehicle Routing Problem, *Journal of the Operational Research Society*, 53(7), 2002, pp. 768-782.
3. Lee, Y. H., Kim, J. I., Kang, K. H. and Kim, K. H., A Heuristic for Vehicle Fleet Mix Problem using Tabu Search and Set Partitioning, *Journal of the Operational Research Society*, 59(6), 2008, pp. 833-841.
4. Gheysens, F., Golden, B., and Assad, A., A Comparison of Techniques for Solving the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem, *OR Spektrum*, 6(4), 1984, pp. 207-216.
5. Brandão, J. and Mercer, A., A Tabu Search Algorithm for the Multi-Trip Vehicle Routing and Scheduling Problem, *European Journal of Operational Research*, 100(1), 1997, pp. 180-191.
6. Taillard, É. D., Laporte, G. and Gendreau, M., Vehicle Routeing with Multiple Use of Vehicles, *Journal of the Operational Research Society*, 47(8), 1996, pp. 1065-1070.
7. Brandão, J. C. S and Mercer, A., The Multi-Trip Vehicle Routing Problem, *Journal of the Operational Research Society*, 49(8), 1998, pp. 799-805.
8. Zhao, Q. -H, Wang, S. -Y., Lai, K. K. and Xia, G. -P., A Vehicle Routing Problem with Multiple Use of Vehicles, *Advanced Modeling and Optimization*, 4(3), 2002, pp. 31-40.
9. Petch, R. J. and Salhi, S., A Multi-Phase Constructive Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Multiple Trips, *Discrete Applied Mathematics*, 133(1-3), 2004, pp. 69-92
10. Salhi, S. and R. J. Petch, R. J., A GA based Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Multiple Trips, *Journal of Mathematical Modeling and Algorithms*, 6(4), 2007, pp. 591-613.
11. Dror, M, Laporte, G. and Trudeau, P., Vehicle Routing with Split Deliveries, *Discrete Applied Mathematics*, 50(3), 1994, pp. 239-254.
12. Archetti, C., Speranza, M. G. and Hertz, A., A Tabu Search Algorithm for The Split Delivey Vehicle Routing Problem, *Transportation Science*, 40(1), 2006, pp. 64-73.
13. Boudia, M., Prins, C. and Reghioui, M., An Effective Memetic Algorithm with Population Management for the Split Delivery Vehicle Routing Problem, *Proceedings of the 4th International Conference on Hybrid Metaheuristics*, Dortmund, Germany, 2007.
14. Tavakkoli-Moghaddam, R., Safaei, N., Kah, M. M. O. and Rabbani, M., A New Capacitated Vehicle Routing Problem with Split Service for Minimizing Fleet Cost by Simulated Annealing, *Journal of the Franklin Institute*, 344, 2007, pp. 406–425.
15. Derigs, U, Li, B. and Vogel, U., Local Search-Based Metaheuristics for the Split Delivery Vehicle Routing Problem, *Journal of the Operational Research Society*, 61(9), 2010, pp. 1356-1364.
16. Wilck IV, J. H. and Cavalier, T. M., A Construction Heuristic for the Split Delivery Vehicle Routing Problem, *American Journal of Operations Research*, 2, 2012, pp. 153-162.
17. Christofides, N., Mingozzi, A. and Toth, P., The Vehicle Routing Problem, in *Combinatorial Optimization*, Chichester, UK, Wiley, 1979, pp. 315-338.

18. Chajakis, E. D. and Guignard, M., Scheduling Deliveries in Vehicles with Multiple Compartments, *Journal of Global Optimization*, 26, 2003, pp. 43-78.
19. El Fallahi, A., Prins, C., and Calvo, R. W., A Memetic Algorithm and a Tabu Search for the Multi-Compartment Vehicle Routing Problem, *Computers & Operations Research*, 35(5), 2008, pp. 1725-1741.
20. Avella, P., Boccia, M. and A. Sforza, Solving a Fuel Delivery Problem by Heuristics and Exact Approaches, *European Journal of Operational Research*, 152(1), 2004, pp. 170-179.
21. Derigs, U, Gottlieb, J., Kalkof, J., Piesche, M., Rothlauf, F. and Vogel, U. Vehicle Routing with Compartments: Applications, Modelling and Heuristics, *OR Spectrum*, 33 (4), 2011, pp. 885-914.
22. Reed, M, Yiannakou, A. and Evering, R., An Ant Colony Algorithm for the Multi-Compartment Vehicle Routing Problem, *Applied Soft Computing*, 15, 2014, pp. 169-176.
23. Suprayogi and Komara, S., A Sequential Insertion Algorithm for Solving a Distribution Problem of Fuel Products, *JSPS Seminar on Marine Transportation Engineering*, Hiroshima, Japan, 2006.
24. Suprayogi, Komara, S. and Yamato, H., Local Search Technique for Solving a Delivery Problem of Fuel Products, *Proceedings of the 2nd International Conference on Operations and Supply Chain Management*, Bangkok, Thailand, 2007.
25. Suprayogi dan Arvianto, A., Masalah Rute Kendaraan dengan Rute Majemuk, Jendela Waktu Majemuk, Pengiriman Terbagi, Produk Majemuk dan Kompartemen Majemuk, *Prosiding Seminar Nasional Teknik Industri BKSTI 2014*, Bukittinggi, Indonesia, 2014, pp. IV-122-IV-128.
26. Arvianto, A., Setiawan, A. H. dan Saptadi, S., Model Vehicle Routing Problem dengan Karakteristik Rute Majemuk, Multiple Time Windows, Multiple Products dan Heterogeneous Fleet untuk Depot Tunggal, *Jurnal Teknik Industri*, 16(2), 2014, pp. 85-96.
27. Paillin, D. B. dan Wattimena, E., Penerapan Algoritma Sequential Insertion dalam Pendistribusian BBM di Kawasan Timur Indonesia (Studi Kasus pada PT Pertamina UPMS VIII Terminal Transit Wayame-Ambon), *ARIKA*, 9(1), 2015, pp. 53-62.