

## MODEL PENENTUAN UKURAN LOT PRODUKSI DENGAN POLA PERMINTAAN BERFLUKTUASI

Docki Saraswati<sup>1</sup>, Andi Cakravastia<sup>2</sup>, Bermawi P. Iskandar<sup>3</sup>, A. Hakim Halim<sup>4</sup>

<sup>1)</sup> Fakultas Teknologi Industri, Jurusan Teknik Industri, Universitas Trisakti

Jl. Kyai Tapa 1, Grogol, Jakarta 11440

Email: docki@trisakti.ac.id

<sup>1,2,3,4)</sup> Fakultas Teknologi Industri, Program Studi Teknik Industri, Institut Teknologi Bandung

Jl. Ganesa 10, Bandung 40132

Email: andi@mail.ti.itb.ac.id, bermawi@lspitb.org, ahakimhalim@lspitb.org

### ABSTRAK

Pada makalah ini diteliti pengaruh permintaan yang berfluktuasi terhadap penentuan ukuran lot produksi dan jadwal pengiriman pada sistem persediaan terintegrasi, dengan total ongkos persediaan melibatkan sistem persediaan pamanufaktur dan pembeli secara bersama. Sistem terdiri atas pamanufaktur tunggal dan pembeli tunggal untuk pemesanan satu jenis produk. Umumnya permasalahan penentuan ukuran lot produksi memiliki asumsi bahwa permintaan bersifat kontinu terhadap waktu. Penentuan ukuran lot pada model integrasi sistem persediaan antara pamanufaktur dan pembeli dengan kondisi permintaan berfluktuatif bertujuan meminimasi total ongkos. Pencarian solusi penentuan ukuran lot produksi dengan permintaan berfluktuatif mempergunakan pendekatan *forward dynamic programming*. Adapun model integrasi yang dikemukakan mempertimbangkan dua kondisi, yaitu kondisi kapasitas produksi tidak terbatas dan kapasitas produksi terbatas. Perbedaan formulasi terletak pada kondisi pembatas yang digunakan. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa apabila ongkos *setup* jauh lebih tinggi dari pada ongkos simpan, maka kondisi dengan mempertimbangkan kapasitas akan menghasilkan total ongkos yang lebih tinggi. Suatu contoh numerik diberikan sebagai ilustrasi dari algoritma yang diusulkan.

**Kata kunci:** ukuran lot produksi, fluktuasi permintaan, jadwal pengiriman, integrasi pamanufaktur- pembeli, program dinamis.

### ABSTRACT

*The purpose of this paper is to examine the impact of fluctuative demand on the production lot size and the schedule of delivery in the integrated inventory system. The system consists of a single manufacturer as a supplier and a single buyer. Many economic lot size models assume that demand is increasing continuously in time. In reality, demands are fluctuative rather than continuous changing over the planning time horizon. In this case, the buyer might decided to vary the amount of order of each period, because of the changing market environment. The integration inventory system model between a supplier and a buyer are developed and implemented under fluctuative demand. We used forward dynamic programming to find the solution. The objective is to minimize the total cost associated with a single product for a deterministic varying demand. Two conditions are examined here, i.e., the integrated model with uncapacitated and capacitated production system. The difference between these two models is put as constraints. The result shows that capacity constraints give higher total cost, especially when the setup cost is higher than the holding cost.*

**Keywords:** production lot size, varying demand, schedule of delivery, manufacturer-buyer integration, dynamic programming.

## 1. PENDAHULUAN

Penelitian yang melibatkan kebijakan persediaan pamanufaktur dan pembeli telah diawali oleh Goyal (1976). Model ongkos persediaan yang dikemukakan melibatkan pamanufaktur tunggal dan pembeli tunggal untuk pola permintaan dengan pendekatan kontinu pada kondisi pengiriman tunggal dengan laju produksi tanpa batas. Pada penelitian selanjutnya, kebijakan pengiriman pemenuhan kebutuhan pembeli oleh pamanufaktur didekati dengan dua cara, yaitu pengiriman dilakukan sebelum dan sesudah satu siklus produksi selesai dikerjakan (Saraswati *et al.*, 2008). Penelitian dengan kebijakan pengiriman sesudah satu siklus produksi selesai, antara lain dikemukakan oleh Banerjee (1986), Goyal (1988), Hill (1997) dan Viswanathan (1998). Penentuan ukuran lot produksi dari Banerjee (1986) berbasis pada pengiriman *lot-for-lot*, yang kemudian dikembangkan oleh Goyal (1988) dengan ukuran lot pengiriman yang tidak sama tetapi meningkat oleh suatu faktor yang merupakan rasio laju produksi terhadap laju permintaan. Berbeda dengan penelitian sebelumnya, peningkatan ukuran lot pengiriman dari Hill (1997) mempergunakan nilai antara satu dan nilai berdasarkan rasio dari laju produksi terhadap laju permintaan. Viswanathan (1998) menyimpulkan bahwa performansi dari aspek penghematan ongkos dengan ukuran lot pengiriman yang sama ataupun tidak sama bergantung pada nilai parameter yang digunakan. Di samping itu, penelitian dengan kebijakan pengiriman dilakukan selama ukuran lot pengiriman terpenuhi meskipun siklus produksi belum selesai telah dikembangkan oleh beberapa peneliti, diantaranya oleh Lu (1995), Kim dan Ha (2003), dan Yang *et al.* (2007). Solusi optimal untuk kasus pamanufaktur tunggal dan pembeli tunggal telah dibuktikan oleh Lu (1995), berdasarkan asumsi bahwa ukuran lot setiap kali pengiriman adalah sama. Selanjutnya Kim dan Ha (2003) serta Yang *et al.* (2007) telah membuktikan bahwa performansi penghematan ongkos dengan kebijakan pengiriman sebelum satu siklus selesai lebih baik dibandingkan dengan apabila harus menunggu selesainya satu siklus produksi.

Pada kondisi hubungan antara pamanufaktur dan pembeli yang memiliki posisi tawar yang lebih kuat dari pamanufaktur, maka kebijakan persediaan pamanufaktur akan mengikuti kebijakan yang ditentukan oleh pembeli. Robinson *et al.* (2009) menyatakan bahwa pola permintaan pembeli mempengaruhi model penentuan ukuran lot produksi pamanufaktur. Oleh karena itu, pada kondisi ini tidak tepat apabila dalam suatu horison perencanaan digunakan asumsi bahwa permintaan bersifat kontinu dan terjadi secara pasti dengan laju konstan. Hal ini mengakibatkan model matematis dengan permintaan kontinu dari Kim dan Ha (2003) menjadi tidak tepat. Oleh karena itu dibutuhkan suatu model penentuan ukuran lot produksi pamanufaktur dengan permintaan berfluktuatif. Prasetyo (2004) mengemukakan model ukuran lot produksi yang mempertimbangkan permintaan yang berfluktuatif. Pendekatan heuristik yang digunakan dalam penentuan ukuran lot produksi berdasarkan siklus produksi dengan minimasi total ongkos per unit produk dan tidak melibatkan pembeli. Chang (2001) mengembangkan model ukuran lot dinamis yang melibatkan pamanufaktur dan pembeli, tetapi tidak menjelaskan mengenai kebijakan pengiriman pamanufaktur. Makalah ini membahas mengenai penentuan ukuran lot produksi yang mempergunakan model persediaan terintegrasi, dengan total ongkos persediaan melibatkan sistem persediaan pamanufaktur dan pembeli secara bersama dari Kim dan Ha (2003), dengan pengiriman dapat segera dilakukan apabila ukuran lot telah terpenuhi, meskipun siklus produksi belum selesai. Dalam upaya memperoleh solusi optimal maka dipergunakan pendekatan program dinamik yang mengikuti konsep algoritma Wagner-Whitin (1958) dan algoritma Chang (2001).

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menunjukkan bahwa model Kim dan Ha (2003) dapat diaplikasikan pada pola permintaan yang berfluktuatif. Pada kondisi pembeli yang memiliki

posisi tawar yang lebih kuat, maka kebijakan persediaan pamanufaktur ditentukan oleh pola permintaan pembeli yang tidak selalu sama pada setiap periode. Pola permintaan pembeli yang berfluktuatif dalam suatu sistem yang terintegrasi antara pamanufaktur dan pembeli akan mempengaruhi model penentuan ukuran lot produksi dan pengiriman lot dari pamanufaktur kepada pembeli. Solusi optimal yang diusulkan mempergunakan pendekatan program dinamis, berdasarkan minimasi total ongkos persediaan sistem terintegrasi.

## 2. METODOLOGI

Adapun notasi yang digunakan dalam model adalah:

### Parameter

$d_k$	laju permintaan pembeli di periode $k$ , (unit), untuk $k = 1, 2, \dots, T$
$p$	laju produksi pamanufaktur (unit/periode)
$p_k$	laju produksi pamanufaktur di periode $k$ , (unit/periode)
$p_m$	laju produksi pamanufaktur di periode $m$ , (unit/periode)
$r$	fraksi ongkos simpan pamanufaktur (%/unit/periode)
$C_v$	ongkos produksi pamanufaktur per unit (Rp/unit)
$C_p$	harga komponen per unit yang dibayar pembeli (Rp/unit)
$S_k$	ongkos <i>setup</i> pamanufaktur di periode $k$ (Rp/setup)
$A_k$	ongkos pesan pembeli di periode $k$ (Rp/sekali pesan)
$(F_v)_k$	ongkos transportasi per trip di periode $k$ (Rp/trip)
$(rC_v)_k$	ongkos simpan pamanufaktur di periode $k$ (Rp/unit/periode)
$(rC_p)_k$	ongkos simpan pembeli di periode $k$ (Rp/unit/periode)
$v_k$	laju pemanfaatan komponen oleh pembeli di periode $k$ (unit)
$T$	panjang horison perencanaan

### Variabel

$c$	periode dilakukannya <i>setup</i> oleh pamanufaktur
$m$	periode dilakukannya pengiriman oleh pamanufaktur ke pembeli
$e$	indikasi permintaan dipenuhi sampai dengan periode $e$
$I_k^{pm}$	tingkat persediaan pamanufaktur di akhir periode $k$ (unit)
$I_k^{pb}$	tingkat persediaan pembeli di akhir periode $k$ (unit)
$Q$	total ukuran lot produksi selama horison perencanaan (unit)
$Q_m$	total ukuran lot produksi pada periode $m$ (unit)
$Q_{cmx}$	total ukuran lot produksi yang diproduksi di periode $c$ untuk memenuhi permintaan sampai dengan periode $x$ , dan pengiriman dilakukan di periode $m$
$Z_{cme}$	total ongkos sistem terintegrasi dari periode $c$ sampai dengan periode $e$ , apabila pesanan di produksi di awal periode $c$ untuk memenuhi permintaan dari periode $c$ hingga periode $e$ , dan pesanan dikirim pada periode $m$
$f_{ce}$	ongkos minimum yang mungkin dari periode $c$ sampai dengan periode $e$ , dengan asumsi tingkat persediaan di akhir periode $e$ adalah 0
$g_e$	total ongkos sistem terintegrasi yang minimum dari periode 1 hingga periode $e$ , dengan asumsi tingkat persediaan di akhir periode $e$ adalah 0

## 2.1 Karakteristik Sistem

Penelitian dilakukan pada perusahaan pamanufaktur komponen perakitan industri otomotif. Sistem yang diamati terdiri atas pembeli tunggal yang melakukan pemesanan satu jenis produk terhadap pamanufaktur tunggal. Sesuai kontrak perjanjian jangka panjang yang telah disepakati bersama antara pembeli dan pamanufaktur, maka pembeli menyampaikan informasi jumlah permintaan selama horison perencanaan,  $T$ , kepada pihak pamanufaktur.

Hubungan antara pamanufaktur dan pembeli ditunjukkan pada Gambar 1. Pamanufaktur merupakan pihak yang memproduksi komponen, sedangkan pembeli adalah pihak yang melakukan permintaan komponen kepada pamanufaktur untuk diproduksi. Transaksi diawali dengan adanya pesanan komponen produk dari pembeli ke pamanufaktur, dengan ongkos pesan,  $A$ , pada suatu horison perencanaan ( $T$ ) yang terdiri atas beberapa periode ( $k$ ) yang sama. Kuantitas pesanan pada setiap periode tidak sama atau  $d_1 \neq d_2 \neq d_3 \neq \dots \neq d_T$ . Setelah menerima pesanan dari pembeli, pamanufaktur melakukan *setup*, dengan ongkos *setup*,  $S$ , untuk memulai proses produksi. Bahan baku dibutuhkan untuk memproduksi komponen yang dipesan pada laju produksi,  $P$ , dan ongkos yang dikeluarkan untuk memproduksi satu unit komponen adalah  $C_v$ . Selanjutnya, komponen dikirim ke tempat penyimpanan pamanufaktur, dengan fraksi ongkos simpan per unit per periode,  $r$ , sehingga ongkos simpan per unit per periode adalah  $rC_v$ . Pamanufaktur mengeluarkan ongkos transportasi,  $F_v$ , untuk pengiriman komponen ke lokasi pembeli sesuai dengan pesanan. Harga satu unit komponen yang dibayarkan oleh pihak pembeli kepada pamanufaktur untuk satu unit komponen adalah  $C_p$ . Komponen ditempatkan di lokasi dengan ongkos simpan  $rC_p$ , sebelum diproses di lantai produksi.

Pada Gambar 1 garis putus menunjukkan aliran informasi kuantitas pesanan, sedangkan garis penuh menggambarkan aliran fisik perpindahan produk.

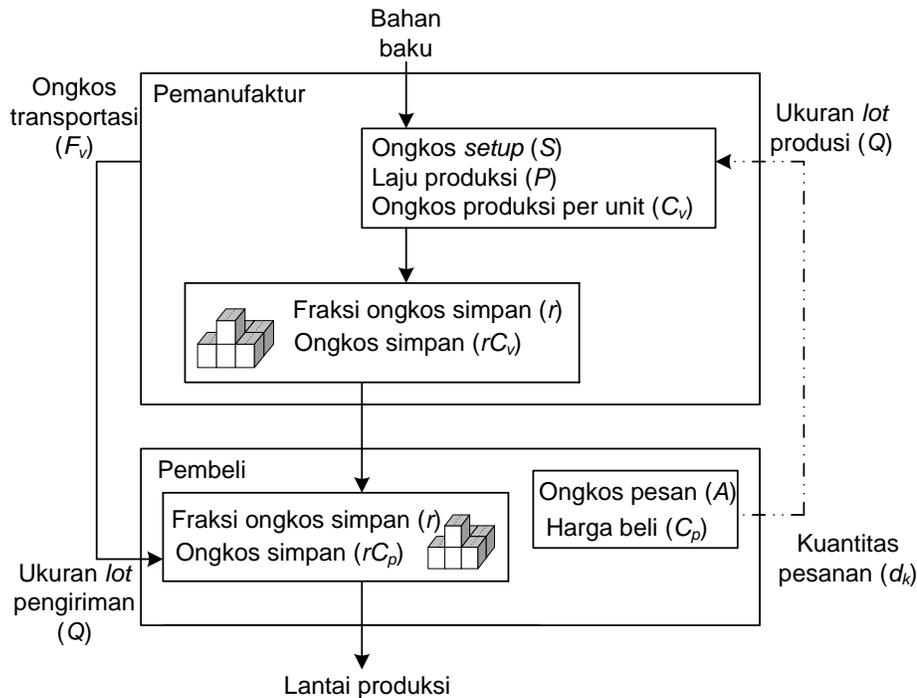
Penentuan ukuran lot produksi berdasarkan kuantitas pesanan pembeli yang telah diketahui di awal horizon perencanaan dan jadwal pengiriman pesanan dilakukan secara simultan. Adapun ukuran lot produksi dan jadwal pengiriman pesanan kepada pembeli memiliki beberapa pilihan. Sebagai ilustrasi untuk horizon perencanaan,  $T$ , dengan tiga periode ( $k = 1, 2, 3$ ), maka alternatif pemenuhan permintaan pembeli yang terintegrasi dapat digambarkan pada Gambar 2. Komponen yang di produksi oleh pamanufaktur di awal periode 1 ( $k = 1$ ) memiliki tiga pilihan, yaitu untuk memenuhi permintaan pembeli hanya pada periode 1 ( $e = 1$ ), untuk memenuhi permintaan sampai dengan 2 ( $e = 2$ ), atau untuk memenuhi seluruh permintaan hingga periode 3 ( $e = 3$ ). Pada komponen yang di produksi di awal periode 2 ( $k = 2$ ) memiliki dua pilihan, yaitu untuk memenuhi permintaan di periode 2 ( $e = 2$ ) atau untuk memenuhi permintaan hingga perioda 3 ( $e = 3$ ). Sedangkan produksi pada periode 3 ( $k = 3$ ) hanya memiliki satu pilihan, yaitu hanya untuk memenuhi permintaan di periode 3 ( $e = 3$ ).

Tujuan dari penelitian ini adalah mengembangkan model dan algoritma penentuan ukuran lot produksi pamanufaktur serta jadwal pengiriman pesanan ke pembeli secara simultan berdasarkan perencanaan produksi yang meminimasi total ongkos sistem terintegrasi.

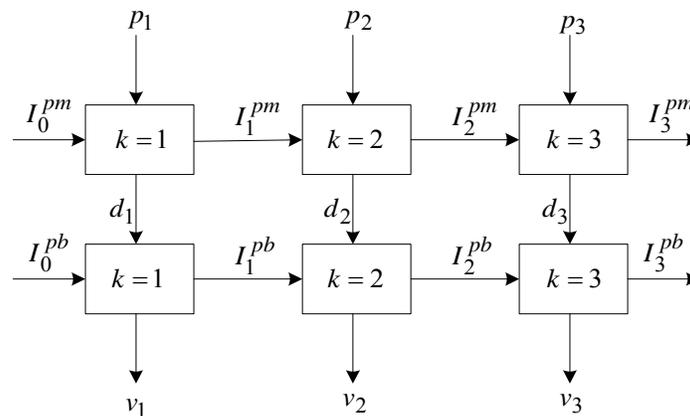
## 2.2 Asumsi

Sejumlah asumsi digunakan dalam mengembangkan model penentuan ukuran lot produksi. Asumsi umum (lihat Tersine, 1994) digunakan dan ditambah dengan beberapa asumsi khusus, agar model yang dibangun sesuai dengan permasalahan yang dihadapi. Sistem yang diteliti terdiri atas pamanufaktur tunggal yang menerima pesanan dari pembeli tunggal untuk memproduksi satu

jenis komponen. Permintaan diketahui secara pasti pada awal horison perencanaan terbatas (*finite*) yang terdiri atas  $k$  periode dengan panjang waktu yang sama. Kuantitas pesanan pembeli diketahui di awal periode perencanaan, tetapi bervariasi dari satu periode ke periode berikutnya. Tidak ada jadwal pengiriman pesanan pada awal suatu periode apabila tidak terdapat permintaan pada periode tersebut. Pesanan ditempatkan di awal suatu periode dan tersedia untuk memenuhi permintaan di periode tersebut. Pemanufaktur menjamin bahwa tidak terjadi *backordered*. Ongkos simpan dikenakan pada akhir periode persediaan dan hanya pada persediaan dari satu periode ke periode berikutnya. Pemanufaktur membayar ongkos transportasi ke lokasi pembeli.



**Gambar 1.** Hubungan pemanufaktur terhadap pembeli



**Gambar 2.** Alternatif pemenuhan permintaan pembeli

### 2.3 Model Dasar

Fungsi tujuan dari model yang dikembangkan adalah minimasi total ongkos persediaan dalam kurun horison perencanaan.

Model matematis total ongkos persediaan untuk permasalahan ukuran lot yang berfluktuatif dikembangkan dari model dasar yang terdiri atas ongkos *setup* dan ongkos simpan (Axsäter, 1986). Adapun minimasi total ongkos persediaan selama horison perencanaan pada model yang dikembangkan terdiri atas ongkos *setup* pamanufaktur, ongkos transportasi, ongkos pesan pembeli, ongkos simpan pamanufaktur dan ongkos simpan pembeli. Secara matematis minimasi total ongkos persediaan selama horison perencanaan untuk sistem yang terdiri atas pamanufaktur tunggal dan pembeli tunggal dapat dituliskan sebagai berikut:

Model M1:

$$\text{Min } Z = \sum_{k=1}^T [S_k \delta(p_k) + (F_v)_k \delta(d_k) + A_k \delta(d_k) + (rC_v)_k I_k^{pm} + (rC_p)_k I_k^{pb}] \quad (1)$$

Pembatas: untuk  $k = 1, 2, \dots, T$

$$I_{k-1}^{pm} + p_k - d_k = I_k^{pm} \quad (a)$$

$$I_{k-1}^{pb} + d_k - v_k = I_k^{pb} \quad (b)$$

$$I_{k-1}^{pm} + p_k \geq d_k \quad (c)$$

$$I_{k-1}^{pb} + d_k \geq v_k \quad (d)$$

$$I_k^{pm} \geq 0; I_k^{pb} \geq 0; p_k \geq 0; d_k \geq 0; v_k \geq 0 \quad (e)$$

$$\delta(p_k) = \begin{cases} 1 & \text{jika } p_k > 0 \\ 0 & \text{jika } p_k \leq 0 \end{cases} \quad (f)$$

$$\delta(d_k) = \begin{cases} 1 & \text{jika } d_k > 0 \\ 0 & \text{jika } d_k \leq 0 \end{cases} \quad (g)$$

Pembatas (a) merupakan persamaan keseimbangan persediaan yang menunjukkan tingkat persediaan pamanufaktur pada akhir periode  $k$ . Persamaan (b) menyatakan tingkat persediaan pembeli pada akhir periode  $k$ . Persamaan (c) dan (d) menunjukkan tidak diijinkan terjadinya *shortage* di periode  $k$ , baik di pamanufaktur maupun di pembeli. Tingkat persediaan pamanufaktur dan pembeli, laju produksi, laju permintaan dan laju pemanfaatan merupakan bilangan *non-negative integer*, yang dinyatakan dengan persamaan (e). Persamaan (f) menyatakan bahwa ongkos *setup* terjadi apabila pamanufaktur melakukan proses produksi pada periode  $k$ , sedangkan persamaan (g) menyatakan bahwa ongkos pesan terjadi apabila pembeli melakukan permintaan (pesanan) kepada pamanufaktur di periode  $k$ .

Pada model Kim dan Ha (2003) laju permintaan konstan di setiap periode (Gambar 3a), sedangkan pada model yang diusulkan permintaan berfluktuatif (Gambar 3b). Apabila kuantitas pesanan pembeli di setiap periode selama horison perencanaan diketahui, maka total ukuran lot produksi pamanufaktur selama horison perencanaan adalah  $Q$ , sehingga dapat dituliskan sebagai persamaan berikut,

$$Q = \sum_{k=1}^T d_k, \text{ untuk } k = 1, 2, \dots, T \quad (2)$$

Adapun tingkat persediaan pamanufaktur selama satu siklus merupakan luas seluruh daerah yang diarsir – luas daerah arsir  $\Delta ADE$  (Gambar 3c).

$$\text{Luas daerah yang diarsir} = 1d_1 + 2d_2 + 3d_3 + \dots + Td_T = \sum_{k=1}^T kd_k$$

$$\text{Luas daerah arsir } \Delta ADE = \frac{Q}{2} \frac{Q}{p} = \frac{Q^2}{2p}, \text{ untuk } Q = \sum_{k=1}^T d_k$$

Persamaan tingkat persediaan pamanufaktur dapat dituliskan sebagai berikut

$$\text{Total persediaan selama perioda } T = \sum_{k=1}^T kd_k - \frac{Q^2}{2p} \text{ atau}$$

$$I_k^{pm} = \sum_{k=1}^T k.d_k - \frac{\left(\sum_{k=1}^T d_k\right)^2}{2p} \tag{3}$$

### 2.4 Pengembangan Model

Berikut ini akan dikembangkan model integrasi antara pamanufaktur dan pembeli dengan menggunakan programa dinamis. Model matematis yang dikembangkan berdasarkan terminologi programa dinamis (Dreyfus dan Law, 1977) dan mengikuti konsep algoritma Wagner-Whitin (1958) untuk selanjutnya disesuaikan dengan permasalahan yang dihadapi. Pencarian solusi dilakukan berdasarkan model integrasi yang dikembangkan.

#### 2.4.1 Model Matematik

Adapun fungsi objektif pada model integrasi adalah  $g_e$  dan  $f_{ce}$ , yang ditentukan berdasarkan hubungan rekursif sebagai berikut:

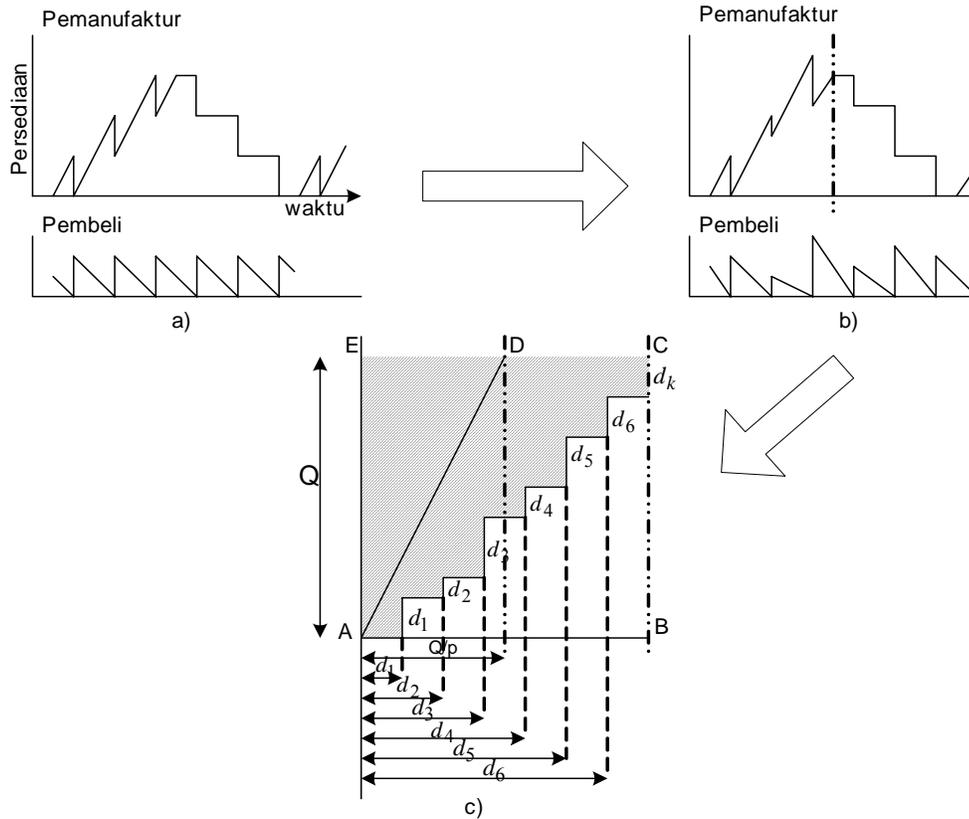
$$g_e = \min (f_{ce} + g_{c-1}) \quad \text{untuk } c = 1, 2, \dots, e \text{ dan } 1 \leq c \leq e \leq T \tag{4}$$

$$f_{ce} = \min (Z_{cme} + f_{c,m-1}) \quad \text{untuk } m = 1, 2, \dots, e \text{ dan } 1 \leq m \leq e \leq T \tag{5}$$

dengan  $Z_{cme}$  adalah total ongkos apabila setup atau manufaktur dilakukan oleh pamanufaktur di periode  $c$  dan pengiriman dilakukan di periode  $m$  untuk memenuhi permintaan pembeli dari periode  $m$  sampai dengan periode  $e$ . Fungsi  $Z_{cme}$  yang layak (*feasible*) adalah untuk  $c \geq m$  (Tabel 1), karena komponen harus di produksi di periode  $c$  terlebih dahulu, sebelum dapat dikirim di periode  $m$ , untuk  $c, m = 1, 2, 3$ . Kriteria batasan dalam model integrasi antara pamanufaktur dan pembeli adalah  $g_0 = 0$ , karena diasumsikan tidak ada persediaan pada awal horison perencanaan dan  $f_{ce} = 0$ , untuk  $c > e$ . Selanjutnya, fungsi  $Z_{cme}$  dapat dirumuskan untuk dua kondisi berikut,

**Tabel 1.** Alternatif fungsi ongkos  $Z_{cme}$

$c = 1$				$c = 2$				$c = 3$			
$m$	$e$			$m$	$e$			$m$	$e$		
	1	2	3		1	2	3		1	2	3
1	$Z_{111}$	$Z_{112}$	$Z_{113}$	1	$Z_{211}$	$Z_{212}$	$Z_{213}$	1	$Z_{311}$	$Z_{312}$	$Z_{313}$
2	$Z_{421}$	$Z_{122}$	$Z_{123}$	2	$Z_{221}$	$Z_{222}$	$Z_{223}$	2	$Z_{321}$	$Z_{322}$	$Z_{323}$
3	$Z_{431}$	$Z_{432}$	$Z_{133}$	3	$Z_{231}$	$Z_{232}$	$Z_{233}$	3	$Z_{331}$	$Z_{332}$	$Z_{333}$



**Gambar 3.** Hubungan pemasok dan pembeli  
 a) model Kim dan Ha (2003), b) model yang diusulkan, c) kurva produksi

- a) Apabila periode saat dilakukan *setup* (*c*) bersamaan dengan jadwal pengiriman komponen ke pembeli (*m*), maka  $c = m$ , sehingga tidak terdapat ongkos simpan di pemasok, yang terjadi hanya ongkos simpan pembeli. Total ongkos yang relevan terdiri atas ongkos *setup*, ongkos transportasi, ongkos pesan dan ongkos simpan pembeli

$$Z_{cme} = S + F_v + A + rC_p(I_{cme}^{pb}) \text{ untuk } I_{cme}^{pb} = \sum_{y=m}^e \left( \sum_{x=m}^e Q_{cmx} - Q_{cmy} \right)$$

sehingga dapat dituliskan sebagai

$$Z_{cme} = S + F_v + A + rC_p \left( \sum_{y=m}^e \left( \sum_{x=m}^e Q_{cmx} - Q_{cmy} \right) \right) \text{ dengan } 1 \leq c \leq m \leq e \leq T \quad (6)$$

dan  $Q_{cmx} = \sum_{k=m}^x d_k$ ,  $Q_{cmy} = \sum_{k=m}^y d_k$ , untuk  $c = 1, 2, \dots, T$  dan  $x, y \subset e$

- b) Apabila periode saat dilakukan *setup* ( $\neq c$ ) tidak bersamaan dengan jadwal pengiriman komponen ke pembeli ( $= m$ ), maka  $c \neq m$ . Oleh karena *setup* sudah dilakukan di periode sebelumnya, yaitu periode *c*, maka  $(m - c)$  menyatakan jumlah periode yang masih memiliki sejumlah komponen di tempat penyimpanan pemasok yang belum di kirim ke pembeli. Total ongkos yang relevan terdiri atas ongkos transportasi, ongkos pesan, ongkos simpan pembeli dan ongkos simpan pemasok

$$Z_{cme} = F_v + A + rC_p (I_{cme}^{pb}) + rC_v (I_{cme}^{pm}) \text{ dengan}$$

$$I_{cme}^{pm} = (m - c) \left( \sum_{j=m}^e \left( jQ_{cmj} - \frac{(Q_{cmj})^2}{2P} \right) \right) \text{ dan } Q_{cmj} = \sum_{k=m}^j d_k$$

sehingga total ongkos sistem dapat dituliskan dalam persamaan (7):

$$Z_{cme} (c \neq m) = F_v + A + rC_p \left[ \sum_{y=m}^e \left( \sum_{x=m}^e Q_{cmx} - Q_{cmy} \right) \right] + rC_v (m - c) \left[ \sum_{j=m}^e \left( jQ_{cmj} - \frac{(Q_{cmj})^2}{2P} \right) \right] \quad (7)$$

dengan  $1 \leq c \leq m \leq e \leq T$

### 2.4.2 Pencarian Solusi

Pencarian solusi permasalahan model integrasi pamanufaktur-pembeli mempergunakan pendekatan *forward dynamic programming*, dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- Langkah 1 Tetapkan  $g_0 = 0$  dan  $f_{ce} = 0$ , untuk  $c > e$ , sebagai kriteria batasan. Kondisi  $c > e$  tidak mungkin terjadi, karena periode  $c$  merupakan periode dilakukannya proses *setup* oleh pamanufaktur untuk memproduksi permintaan pembeli sampai dengan periode  $e$
- Langkah 2 Hitung semua nilai  $Z_{cme}$  yang layak (*feasible*) dengan persamaan (6) atau (7)
- Langkah 3 Evaluasi ongkos minimum yang mungkin pada periode  $e$  dengan *setup* dilakukan di periode  $c$  yaitu  $f_{ce}$  mempergunakan persamaan (5)
- Langkah 4 Evaluasi ongkos total minimum sistem pada periode  $e$  ( $g_e$ ) dengan persamaan (4)
- Langkah 5 Evaluasi hasil yang diperoleh untuk menentukan ukuran lot produksi dan jadwal pengiriman komponen ke pembeli berdasarkan total ongkos minimum.

Pada kenyataannya permasalahan yang dihadapi pamanufaktur dalam memenuhi permintaan pembeli adalah adanya keterbatasan kapasitas produksi. Oleh karena itu model program dinamis selanjutnya memperhatikan keterbatasan kapasitas produksi pamanufaktur. Dalam hal ini diperlukan kriteria tambahan sebagai kondisi pembatas. Adapun kriteria pembatas yang dimaksud merupakan kondisi bahwa kapasitas produksi harus lebih besar atau sama dengan ukuran lot produksi pamanufaktur, yang dinyatakan sebagai berikut

$Z_{cme}$  = tidak *feasible*, jika  $p_m < Q_m$ , dengan

$$Q_m = \sum_{k=m}^e d_k, \text{ untuk } 1 \leq m < e < T, \quad (8)$$

Hal di atas berlaku juga untuk  $f_{ce}$ , karena  $f_{ce}$  merupakan komponen dari  $Z_{cme}$ .

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam hal ini contoh numerik dipergunakan untuk tiga periode perencanaan, dengan nilai parameter sebagai berikut,  $d_1 = 69$  unit,  $d_2 = 29$  unit dan  $d_3 = 36$  unit. Ongkos *setup* ( $S$ ) = 200 per sekali *setup*, laju produksi ( $P$ ) = 300 unit/periode, ongkos transportasi ( $F_v$ ) = 50 per trip, ongkos pesan pembeli ( $A$ ) = 100 per sekali pesan, ongkos produksi ( $C_v$ ) = 10 per unit, harga komponen ( $C_p$ ) = 25 per unit dan ongkos simpan adalah 20% dari nilai komponen.

- Langkah 1 Tentukan  $f_{ce} = 0$  untuk  $c > e$  dan  $g_0 = 0$
- Langkah 2 Hitung semua nilai  $Z_{cme}$  yang layak (*feasible*) dengan persamaan (6) dan (7)  
 Hasil perhitungan  $Z_{cme}$  yang memenuhi kriteria  $1 \leq c \leq m \leq e \leq T$  tercantum pada Tabel 2
- Langkah 3 Hitung  $f_{ce}$ , dengan  $f_{ce} = 0$ , apabila  $c > e$ . Hasil perhitungan  $f_{ce}$  pada Tabel 3
- Langkah 4 Hitung  $g_e$ , dengan  $g_0 = 0$ . Hasil perhitungan  $g_e$  pada Tabel 4
- Langkah 5 menunjukkan bahwa pada periode 3 diperoleh solusi optimal sebesar 750,84 ( $g_3$ ), yang merupakan akumulasi dari  $g_1$  (periode 1) dan  $g_2$  (periode 2). Dalam hal ini nilai  $g_3$  merupakan kombinasi dari  $f_{13}$  dan  $g_0$ , yang menunjukkan bahwa *setup* yang dilakukan pamanufaktur pada periode 1 akan memenuhi permintaan pembeli hingga periode 3, tetapi belum menunjukkan periode dilakukannya pengiriman. Selanjutnya, diketahui bahwa nilai  $f_{13}$  merupakan kontribusi dari  $Z_{133}$  dan  $f_{12}$ , hal ini menunjukkan bahwa *setup* di periode 1 dengan pengiriman di periode 3 untuk memenuhi permintaan di periode 3 sejumlah 36 unit. Oleh karena tidak adanya indikasi yang menunjukkan pemenuhan permintaan pada periode 2, maka ini berarti pengiriman di periode 1 meliputi permintaan di periode 2, sehingga ukuran lot produksi dan jadwal pengiriman dapat disimpulkan sebagai berikut pada Tabel 5.

Total ongkos di periode 1 terdiri atas ongkos *setup*, ongkos transportasi, ongkos pesan, ongkos simpan di pamanufaktur untuk 36 unit dan ongkos simpan di pembeli untuk 29 unit. Adapun perhitungan total ongkos yang relevan adalah  $= 200 + 50 + 100 + (0,2)(10)(36) + (0,2)(25)(29) = 567$ . Total ongkos di periode 2 merupakan kumulatif dari periode 1, sehingga diperoleh total ongkos di periode 2  $= 567 + (0,2)(10)(36) = 639$ .

**Tabel 2.** Matriks total ongkos  $Z_{cme}$

$c$	$m$	$e = 1$	$e = 2$	$e = 3$
1	1	350	495,0	855,00
	2	-	263,2	819,12
	3	-	-	255,84
2	2	-	350,0	530,00
	3	-	-	361,68
3	3	-	-	350,00

**Tabel 3.** Matriks total ongkos  $f_{ce}$

$c$	$e = 1$	$e = 2$	$e = 3$
1	350	495	750,84
2	-	350	530,00
3	-	-	350,00

**Tabel 4.** Total ongkos  $g_e$

$e = 1$	$e = 2$	$e = 3$
350	495	750,84

**Tabel 5.** Ukuran lot produksi dan jadwal pengiriman

	Periode		
	1	2	3
Permintaan	69	29	36
Ukuran lot produksi	134	0	0
Jadwal pengiriman	98	0	36
Total ongkos	567	639	750,84

**Tabel 6.** Ukuran lot produksi dan jadwal pengiriman yang memperhitungkan kapasitas produksi

	Periode		
	1	2	3
Permintaan	69	29	36
Ukuran lot produksi	69	65	0
Jadwal pengiriman	69	65	0
Total ongkos	350	530	880

Seandainya kapasitas produksi diperhitungkan dengan 90 unit per periode, maka  $Z_{112}$  dan  $Z_{113}$  dengan persamaan (8) menjadi tidak *feasible*, yang akan menghasilkan  $f_{12}$  dan  $f_{13}$  yang tidak *feasible* pula dengan persamaan (9). Perhitungan selanjutnya mempergunakan langkah yang sama seperti pada perhitungan tanpa memperhitungkan kapasitas, hanya terdapat penambahan pada kondisi pembatas. Ukuran lot produksi dan jadwal pengiriman yang memperhitungkan kapasitas produksi terdapat pada Tabel 6.

Hasil perhitungan memberikan solusi optimal pada  $g_3$  adalah 880, yang merupakan akumulasi dari  $g_1$  di periode 1, dan  $g_2$  di periode 2, sedangkan  $g_3$  adalah kombinasi dari  $f_{23}$  dan  $g_1$ . Hal ini menunjukkan bahwa *setup* produksi dilakukan di periode 2 untuk memenuhi pesanan sampai dengan periode 3. Selanjutnya  $f_{23}$  merupakan kontribusi dari  $Z_{223}$  dan  $f_{21}$ , artinya ukuran lot produksi, yaitu  $29 + 36 = 65$  unit dikirim ke pembeli pada periode 2, sedangkan ukuran lot produksi pada periode 1 sebesar 69 unit dikirim ke pembeli pada periode 1 juga. Total ongkos pada periode 1 adalah  $200 + 50 + 100 = 350$ , yang terdiri atas ongkos *setup*, ongkos transportasi dan ongkos pesan, sedangkan untuk periode 2 terdiri atas ongkos *setup*, ongkos transportasi, ongkos pesan dan ongkos simpan pembeli, yaitu  $200 + 50 + 100 + (0,2)(25)(36) = 530$ .

Pada contoh numerik dengan kondisi tanpa mempertimbangkan kapasitas, *setup* hanya dilakukan satu kali yaitu pada periode 1 untuk memenuhi permintaan sampai dengan periode 3, dan pengiriman dilakukan dua kali yaitu pada periode 1 dan 3. Selanjutnya, pada kondisi kapasitas terbatas, *setup* dan pengiriman dilakukan dua kali yaitu pada periode 1 dan 2. Kedua kondisi ini memberikan jumlah pengiriman yang sama yaitu dua kali, sedangkan *setup* pada kondisi kapasitas tak terbatas hanya satu kali dan pada kondisi kapasitas terbatas dua kali. Dalam hal ini ongkos simpan terjadi pada kondisi tanpa mempertimbangkan kapasitas.

#### 4. KESIMPULAN

Makalah ini mempelajari tentang pengaruh permintaan yang berfluktuatif terhadap penentuan ukuran lot produksi dan jadwal pengiriman ke pembeli. Kondisi pasar yang cepat berubah, menyebabkan permintaan tidak sama pada setiap periode, sehingga model persediaan terintegrasi dengan permintaan sama di semua periode menjadi tidak tepat. Formulasi model integrasi mempergunakan program dinamis, dengan *forward dynamic programming* sebagai pendekatan pencarian solusi. Pengembangan model integrasi antara pamanufaktur dan pembeli diawali dengan asumsi bahwa kapasitas pamanufaktur tidak terbatas, yang dilanjutkan dengan model yang mempertimbangkan kapasitas. Perbedaan kedua kondisi ini terletak pada penambahan kondisi pembatas yang digunakan, yaitu keterbatasan kapasitas pamanufaktur. Secara umum

model dengan mengabaikan pembatas kapasitas akan menghasilkan nilai fungsi objektif lebih rendah dibandingkan model dengan pembatas kapasitas. Hal ini disebabkan oleh ruang solusi yang lebih luas.

Pada contoh numerik yang diberikan jumlah *setup* pada kasus kapasitas terbatas lebih tinggi dibandingkan dengan kondisi yang mengabaikan kapasitas tetapi memiliki persediaan. Solusi model tanpa pembatas kapasitas akan semakin rendah dibandingkan model dengan pembatas kapasitas, apabila ongkos *setup* jauh lebih tinggi dari pada ongkos simpan. Sebagai pengembangan dari penelitian yang dilakukan, maka penelitian ini dapat diperluas dengan memperhitungkan pengaruh pengurangan *setup* serta perbaikan kualitas pada pola permintaan yang berfluktuatif.

## DAFTAR PUSTAKA

- Axsäter, S., 1986. "Evaluation of Lot-Sizing Techniques". *International Journal of Production Research*, Vol. 24, No. 1, pp. 51-57.
- Banerjee, A., 1986. "A Joint Economic-Lot-Size Model for Purchaser and Vendor." *Decision Sciences*, Vol. 17, pp. 292-311.
- Chang, P., 2001. *Uncapacitated and Capacitated Dynamic Lot Size Models for An Integrated Manufacturer-Buyer Production System*, Ph.D Thesis, Texas Tech University, USA.
- Dreyfus, S. E. and Law, A. M., 1977. *The Art and Theory of Dynamic Programming*, Academic Press Inc. London.
- Goyal, S. K., 1976. "An Integrated Inventory Model for a Single Supplier-Single Customer Problem." *International Journal of Production Research*, Vol. 15, No. 1, pp. 107-111.
- Goyal, S. K., 1988. "A Joint Economic-Lot-Size Model for Purchaser and Vendor: A Comment." *Decision Sciences*, Vol. 19, No. 1, pp. 236-241.
- Hill, R. M., 1997. "The Single-Vendor Single-Buyer Integrated Production-Inventory Model with a Generalized Policy." *European Journal of Operational Research*, Vol. 97, pp. 493-499.
- Kim, S., and Ha, D., 2003. "A JIT Lot-splitting Model for Supply Chain Management: Enhancing Buyer-Supplier Linkage." *International Journal of Production Economics*, Vol. 86, pp. 1-10.
- Prasetyo, H., 2004. *Model Ukuran Lot untuk Proses Produksi yang mengalami Penurunan Kinerja dengan Pola Permintaan Berfluktuasi*, Thesis-Magister, Teknik Industri ITB, Bandung.
- Robinson, P., Narayanan, A., and Sahin, F., 2009. "Coordinate Deterministic Dynamic Demand Lot-Sizing Problem: A Review of Models and Algorithms." *Omega*, Vol. 37, pp. 3-15.
- Saraswati, D., Cakravastia, A., Iskandar, B. P., and Halim, A. H., 2008. "Joint Economic Lot Size Models with Setup Reduction for Different Delivery Policies." *Proceeding of the 9<sup>th</sup> Asia Pacific Industrial Engineering and Management Systems Conference*, Bali, pp. 271-277.
- Tersine, R. J., 1994. *Principles of Inventory and Materials Management*, 4<sup>th</sup> ed., Prentice Hall Inc., Singapore.
- Viswanathan, S., 1998. "Optimal Strategy for the Integrated Vendor-Buyer Inventory Model." *European Journal of Operational Research*, Vol. 105, pp. 38-42.
- Wagner, H. M., and Whitin, T. M., 1958. "Dynamic Version of the Economic Lot Size Model." *Management Science*, Vol. 5, No. 1, pp. 89-96.